

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 FÉVRIER 1913.

PRÉSIDENTE DE M. F. GUYON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Équation fonctionnelle pour l'équilibre relatif d'un liquide homogène en rotation sous l'attraction newtonienne de ses parties.* Note de M. **PAUL APPELL**.

Dans les *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo* (t. XXX, 1910), j'ai donné, pour ce même problème, une équation fonctionnelle dépendant d'une intégrale triple, ou même quadruple, et d'une fonction de trois variables. Cette équation a conduit un jeune mathématicien, M. Collet, à des résultats encore inédits, présentés pour l'obtention du diplôme d'études supérieures à la Faculté des Sciences de l'Université de Poitiers.

Je me propose d'indiquer ici, très brièvement, une autre équation fonctionnelle, dépendant seulement d'une intégrale double, et contenant une fonction de deux variables.

Imaginons une masse liquide homogène dont les éléments s'attirent suivant la loi de Newton et qui tourne, avec une vitesse angulaire constante ω , autour d'un axe fixe Oz . Rapportons le fluide à des axes rectangulaires Ox , Oy , Oz entraînés dans le mouvement de rotation. Supposons, pour simplifier l'écriture, les unités choisies de telle façon que la densité du liquide et la constante de l'attraction universelle soient exprimées par l'unité.

Soient ξ , η , ζ les coordonnées d'un point quelconque de la surface libre S du fluide, $d\sigma$ l'élément superficiel placé en ξ , η , ζ , et α , β , γ les cosinus

directeurs de la normale extérieure à cet élément. Soient, d'autre part, x, y, z les coordonnées d'un point déterminé de la surface S et r la distance

$$r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}.$$

Le potentiel U de la masse attirante au point (x, y, z) de la surface a pour valeur, d'après Gauss,

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2} \iint_S \frac{\alpha(\xi - x) + \beta(\eta - y) + \gamma(\zeta - z)}{r} d\sigma,$$

l'intégration étant étendue à la surface S . D'autre part, en admettant que, sur la surface libre, la pression soit constante, on a, pour l'équation de cette surface,

$$U(x, y, z) + \frac{\omega^2}{2}(x^2 + y^2) - K = 0,$$

K désignant une constante. On a donc, sur la surface,

$$(1) \quad \iint_S \frac{\alpha(\xi - x) + \beta(\eta - y) + \gamma(\zeta - z)}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}} d\sigma + \omega^2(x^2 + y^2) - 2K = 0.$$

L'équation de la surface dépend d'une fonction inconnue de deux variables : par exemple ζ est une fonction de ξ, η et z la même fonction de x et y ; de plus $\alpha d\sigma, \beta d\sigma, \gamma d\sigma$ dépendent des dérivées partielles premières de cette fonction. L'équation (1) est alors une équation intégral-différentielle définissant cette fonction.

Pour conserver la symétrie, je suppose que, sur la surface,

$$(2) \quad \xi = f(\lambda, \mu), \quad \eta = \varphi(\lambda, \mu), \quad \zeta = \psi(\lambda, \mu),$$

λ et μ désignant deux paramètres. Le point (x, y, z) de la même surface correspondra à deux valeurs l et m des paramètres :

$$(2') \quad x = f(l, m), \quad y = \varphi(l, m), \quad z = \psi(l, m).$$

Supposons que la normale extérieure ait pour cosinus directeurs

$$\alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \quad \beta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \quad \gamma = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}},$$

avec

$$A = \frac{\partial \eta}{\partial \lambda} \frac{\partial \zeta}{\partial \mu} - \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} \frac{\partial \eta}{\partial \mu}, \quad \dots,$$

$$d\sigma = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} d\lambda d\mu,$$

l'équation (1) deviendra

$$(3) \quad \iint \frac{\begin{vmatrix} \xi - x & \eta - y & \zeta - z \\ \frac{\partial \xi}{\partial \lambda} & \frac{\partial \eta}{\partial \lambda} & \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial \xi}{\partial \mu} & \frac{\partial \eta}{\partial \mu} & \frac{\partial \zeta}{\partial \mu} \end{vmatrix}}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}} d\lambda d\mu + \omega^2(x^2 + y^2) - 2K = 0,$$

où il faut supposer $\xi, \eta, \zeta, x, y, z$ remplacés par leurs expressions (2) et (2').

On peut également, pour n'introduire qu'une fonction inconnue de deux variables, prendre le système de coordonnées tangentielles qu'Ossian Bonnet a employé (*Comptes rendus*, t. 37, p. 529), en écrivant l'équation du plan tangent au point ξ, η, ζ , sous la forme

$$\xi \cos \lambda + \eta \sin \lambda + i\zeta \sin i\mu = -Z,$$

Z étant une fonction inconnue de λ et μ .

L'équation (3) prend une forme simple, ne contenant qu'une fonction d'une variable, quand on suppose que la surface est de révolution autour de Oz .

CHIMIE PHYSIQUE. — *Fusibilité des corps gras naturels.*

Note de M. H. LE CHATELIER et de M^{lle} CAVAINAG.

Notre ignorance au sujet de propriétés usuelles des corps les plus communs est souvent étrange. La fusibilité des corps gras, par exemple, est, dans tous nos Traités de Chimie, l'objet d'affirmations contradictoires, pour ne pas dire paradoxales. Le point de fusion différerait de celui de solidification, mais l'écart serait constant pour tous ces corps et voisins, de 20° ou de 5°, suivant les auteurs; enfin ces températures dépendraient des appareils de mesures employés.

Les recherches poursuivies dans le but d'éclairer ces anomalies n'ont pas conduit à des conclusions moins surprenantes. D'après Duffy (1), chaque corps gras défini présenterait trois variétés polymorphiques, dont les points de fusion différents expliqueraient l'inconstance des températures observées.

(1) *London Chem. Soc.*, t. V, 1853, p. 303.

J. Bouis ⁽¹⁾ admet l'existence, dans les corps gras fondus, de deux espèces distinctes de chaleurs latentes, dont l'une doit se dégager du corps resté liquide pour permettre le commencement de la solidification. Enfin quelques savants invoquent l'influence de très petites quantités de matières étrangères, d'impuretés, dont la présence suffirait pour élever ou abaisser considérablement les points de fusion et de solidification.

Avant de rechercher les causes de ces anomalies, il était nécessaire de s'assurer de leur existence réelle. En fait, aucune preuve expérimentale bien précise n'en a été fournie jusqu'ici, et il semble bien étrange que, parmi tous les corps naturels, les matières grasses seules échappent aux lois générales de la mécanique chimique.

Rappelons ici les lois des changements d'état :

1° La fusion et la solidification sont deux phénomènes réciproques et réversibles; ils se produisent exactement à la même température;

2° Cette température de fusion est abaissée par la présence de matières étrangères solubles dans le corps fondu, proportionnellement à la quantité des matières ainsi ajoutées;

3° Les changements d'état peuvent donner lieu à des retards par surfusion ou surchauffe et à des ralentissements dus à la viscosité.

Les recherches dont nous allons rendre compte montrent qu'en fait la seule particularité des corps gras est de présenter une vitesse de changement d'état extrêmement lente.

1° *Réversibilité.* — Nos recherches ont porté sur deux corps gras naturels, la végétaline et la stéarine. La matière était enfermée dans des tubes en verre de 5^{mm} de diamètre et 100^{mm} de longueur, scellés à la lampe; les tubes étaient placés dans un bain d'eau maintenu à température constante : les uns renfermant le corps solide, les autres le même corps préalablement fondu. On suivait alors la marche du phénomène, observant soit la solidification dans le tube liquide, soit la fusion dans le tube solide. On recommençait successivement l'expérience à des températures différentes, choisies d'après le principe de la fourchette, c'est-à-dire qu'on prenait chaque fois la moyenne des deux températures les plus rapprochées ayant donné précédemment des résultats contraires.

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. XLIV, 1855.

Végétaline.

- 30°, Fusion immédiate.
 20°, Solidification immédiate.
 25°, 5, Fusion rapide.
 23°, Solidification en 15 minutes.
 24°, 8, Pas de changement après 48 heures.
 24°, 2, Cristallisation commençant après 24 heures.
 25°, 2, Pas de changement après 24 heures.

Ces expériences laissent subsister une incertitude de 1°, intervalle de température dans lequel on n'observait aucun changement ni dans le tube solide, ni dans le tube liquide. Une seconde série d'expériences fut faite en employant un tube semblable aux précédents, dans lequel la matière avait été fondue sur la moitié seulement de sa hauteur, de façon à laisser toujours des germes solides au contact du liquide. On notait alors la longueur dont la partie solide variait dans un sens ou dans l'autre après un temps de chauffage plus ou moins prolongé.

- 24°, 4, Solidification sur 1^{mm} après 18 heures.
 » » sur 2^{mm} après 38 »
 » » sur 7^{mm} après 93 »
 25°, Fusion sur 10^{mm} après 24 heures.
 24°, 8, Solidification sur 1^{mm} après 19 heures.
 » » sur 3^{mm} après 28 »

La moyenne de ces deux dernières températures, 24°, 9, doit donc être considérée comme la température du changement d'état réversible, avec une incertitude inférieure à $\frac{1}{10}$ de degré. Ce nombre, bien entendu, ne se rapporte qu'à l'échantillon étudié, la végétaline étant un mélange de plusieurs composés définis dont les proportions peuvent varier.

Cette température de 24°, 9 se rapporte au point de solidification commençante ou de fusion finissante. La solidification totale paraît s'achever dans un intervalle de 3°, le mélange eutectique se solidifiant vers 22°.

Cette circonstance peut donner lieu à une erreur qu'il est utile de signaler. Quand on soumet le même tube à des fusions et solidifications répétées, le contenu en devient hétérogène, la partie supérieure présentant un point de solidification plus élevé que la partie inférieure. Il se produit en effet à chaque solidification une liquation qui concentre vers le bas l'eutectique resté plus longtemps liquide. La solidification étant accompagnée d'une contraction donne naissance à des vides et les parties

encore liquides descendent naturellement remplir la partie inférieure de ces espaces vides.

Les résultats pour la stéarine ont été analogues à ceux de la végétaline, avec une température de changement d'état plus élevée, bien entendu.

Stéarine.

57°, Fusion immédiate.

51°,4, Solidification immédiate.

55°,5, Fusion après 24 heures.

54°, Solidification après 24 heures.

Les expériences ont été alors continuées avec le tube demi fondu.

54°,4, Solidification nettement croissante après 24 heures.

54°,9, Fusion nettement croissante après 24 heures.

La température moyenne 54°,65 représente à 0°, 2 près le point de changement d'état de l'échantillon de stéarine étudié.

La fusion des corps gras est donc, comme celle de tous les corps, un phénomène réversible.

2° *Surfusion.* — Les expériences sur la végétaline montrent très nettement l'existence d'une surfusion puisque, en l'absence de germes cristallins, on n'observe aucun changement d'état dans un intervalle de température dépassant 1°. Des expériences faites en abandonnant à un refroidissement régulier de la végétaline fondue, dans laquelle on avait ou non laissé des germes solides, ont donné des températures de solidification commençante nettement différentes dans les deux cas.

Vitesse de refroidissement à l'heure.	Température de solidification	
	avec germes.	sans germes.
2°,5.....	23°,1	21°,8
1°,5.....	24°,2	21°,9

3° *Vitesse de cristallisation.* — Même en présence de germes cristallins, la surfusion ne cesse pas instantanément, la cristallisation ne se produit pas avec une vitesse comparable à celle des solutions salines sursaturées ou de l'eau en surfusion. Dans une solution sursaturée de sulfate de soude, prise à la température ordinaire, l'addition d'un germe donne naissance à des cristaux filiformes dont la vitesse d'accroissement est de l'ordre du centimètre par seconde. Dans la végétaline au contraire, prise à 1° au-dessous de son point de fusion, l'allongement des cristaux sur 1^{cm} demande des journées entières, la vitesse de solidification est donc 100000 fois

moindre. On peut citer comme exemple analogue la dévitrification des verres qui présente beaucoup d'analogie avec la cristallisation des corps gras.

Les points de fusion et de solidification observés par les méthodes usuelles doivent donc être, dans une large mesure, fonction des vitesses de refroidissement ou d'échauffement. Voici des résultats relatifs à la végétaline :

Vitesse de refroidissement à l'heure.	Température	
	de solidification en présence de germes.	de fusion.
0		0
1	"	26,1
2	23°,7	26,1
4	22	25,8
8	21	25,6
16	20,9	26
40	20	26,3

La température de fusion est sensiblement constante et supérieure de 1° environ à celle du point de changement d'état réversible. La température de solidification s'abaisse, au contraire, à mesure que la vitesse de refroidissement devient plus rapide. L'écart entre les deux températures va donc en croissant, il est en moyenne de 5° pour des vitesses de refroidissement et d'échauffement variant de 4° à 40° à l'heure.

La stéarine a donné des résultats analogues. Sa température de fusion, peu différente de celle du changement d'état réversible, s'est élevée de 54°,8 à 55°,2, quand la vitesse d'échauffement a varié de 4° à 40°, la température de solidification, plus variable, a déchu dans les mêmes conditions de 54° à 52°.

Dans les deux cas, le point de fusion observé à l'échauffement a été plus voisin du véritable point de transformation réversible que le point de solidification. C'est là d'ailleurs un fait général. Au-dessus d'une température d'équilibre, les vitesses de transformation croissent à la fois avec la valeur absolue de la température et avec la différence entre cette température et celle d'équilibre. Au-dessous de ce point, les deux mêmes facteurs agissent au contraire en sens inverse, la température diminuant quand l'écart croît. Les retards aux transformations sont donc toujours beaucoup plus importants aux températures décroissantes qu'aux températures croissantes. Le point de fusion se rapproche toujours beaucoup plus que le point de solidification de la température exacte du changement d'état.

4° *Influence des mélanges.* — Les corps gras naturels sont des mélanges ; leur température de changement d'état (cristallisation commençante ou

fusion finissante) doit dépendre de leur composition. Rien dans nos expériences ne confirme la supposition faite qu'à de très faibles changements de composition puissent correspondre des changements énormes du point de fusion. De la végétaline, maintenue pendant 8 jours à la température de 24° , c'est-à-dire à une température intermédiaire entre celle de solidification commençante et de solidification complète, fut comprimée pour expulser la partie liquide. Le résidu solide ainsi obtenu, bien loin encore, il est vrai, de constituer une combinaison définie à l'état de pureté, a présenté un point de changement d'état supérieur de 1° à 2° seulement à celui de la végétaline primitive dont les trois quarts de la masse cependant avaient été expulsés par la compression. Le déplacement de la température de cristallisation semblerait ainsi à première vue plus faible que dans les autres mélanges de corps usuels. Il n'y aurait donc là non plus aucune anomalie.

D'après l'ensemble de nos recherches, le changement d'état des corps gras est donc un phénomène rigoureusement réversible, comme cela a lieu avec tous les corps étudiés jusqu'ici. La température exacte de cette transformation peut sans difficulté être déterminée à moins de $\frac{1}{10}$ de degré près, au moyen d'expériences assez longues, il est vrai, à effectuer. Le point de fusion déterminé au cours d'expériences très rapides ne diffère généralement pas de 1° du point de changement d'état réversible, il s'en rapproche toujours beaucoup plus que le point de solidification.

Au cours de ces expériences nous n'avons remarqué aucun fait qui conduise à admettre l'intervention de plusieurs variétés polymorphiques; mais le cas peut se présenter. Le problème deviendrait alors très compliqué, car plusieurs variétés peuvent se trouver simultanément en présence du liquide, il n'y a plus d'équilibre possible, puisque le nombre des phases est supérieur à celui d'un système invariant. On ne peut pas alors trouver de température fixe avant que toutes les phases solides moins une aient disparu et le temps nécessaire doit être très long si l'on en juge par la lenteur de cristallisation d'une seule phase solide.

GÉOLOGIE. — *Le terrain éocène de Bos d'Arros.*

Note de MM. STUART MENTEATH et H. DOUVILLÉ.

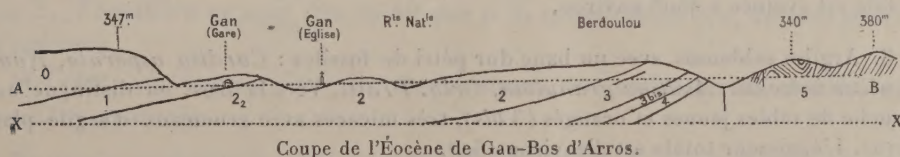
En 1848, Alexandre Rouault (1) faisait connaître une faune éocène très intéressante qui avait été recueillie par Lejeune aux environs de Bos

(1) *Bull. Soc. géol. de France*, 2^e série, t. V, p. 204; Mémoires de la même Société, 2^e série, t. III.

d'Arros, localité située à faible distance au sud de Pau. Mais aucune indication stratigraphique n'était donnée sur le gisement, l'auteur mentionnant seulement que les fossiles avaient été recueillis *dans une argile sableuse micacée*.

En 1881, une série assez nombreuse de fossiles provenant de cette localité et de la localité voisine de Gan, parvenait à l'École des Mines avec la collection Étallon, mais toujours sans indication précise des gisements. Ceux-ci paraissent aujourd'hui perdus; on savait seulement, d'après les renseignements communiqués en particulier par M. de Gramont, que les fossiles décrits avaient été recueillis directement au nord de Bos d'Arros, sur le bord du chemin qui se dirige à l'est du village de Gan; plusieurs points fossilifères sont indiqués dans cette zone sur la Carte géologique détaillée, dressée par M. Carez (feuille de Tarbes).

M. Stuart Menteath avait eu occasion de relever une coupe de la région en 1882, au moment de l'exécution du chemin de fer de Pau à Oloron; c'est cette coupe complétée par l'étude des fossiles qui avaient été recueillis à cette époque, qui fait l'objet de la présente Note; elle est reproduite ci-dessous. Elle est dirigée à peu près du Nord au Sud et passe dans le voisinage de la ligne du chemin de fer.



0. Poudingue de Palassou. — 1. Argiles sableuses jaunâtres et rougeâtres avec lumachelles d'Assilines. — 2. Marnes d'un gris bleuâtre, très fossilifères dans leur partie supérieure (2, *niveau de la faune de Bos d'Arros*), devenant schisteuses et assez dures vers la base. — 3. Argiles sableuses. — 3 bis. Sables jaunes et orangés, très micacés. — 4. Argiles sableuses avec, au milieu, trois minces bancs durs fossilifères (*Numm. Lucasi*, *N. bolcensis*, *Assilines*, *Alveolina oblonga*, etc.). — 5. Calcaire crétacé, blanc rosé.
- AB, niveau de la voie ferrée; XX, niveau de la mer.

Les couches fossilifères plongent régulièrement vers le Nord et s'enfoncent sous le poudingue de Palassou; elles ont été entamées par le chemin de fer dans une série de tranchées, la première à la gare même de Gan, la seconde à l'ouest de ce village, puis deux autres à l'ouest du hameau de Berdoulou; la succession des couches est la suivante :

0. Poudingue de Palassou, formé de couches irrégulières de cailloux et de gros blocs ayant jusqu'à 1^m de diamètre, provenant principalement de roches éocènes, cré-

tacées et jurassiques. On distingue par places des intercalations d'argiles sableuses et de marnes. Épaisseur : environ 300^m.

1. Argiles sableuses jaunâtres et rougeâtres, alternant avec des couches presque entièrement formées d'Assilines. Ces couches, d'une épaisseur d'une centaine de mètres, constituent la plus grande partie de la tranchée de la gare de Gan. A la partie supérieure (1 a) on distingue des lumachelles d'*Assilina granulosa* et *A. Leymeriei*, associées à *Numm. atacicus* et *Orthophragmina Pratti*; vers le bas, un niveau coloré en rouge par l'oxyde de fer a fourni avec les Assilines précédentes de nombreuses petites Nummulites mégasphériques, *Numm. atacicus*, forme A, *N. Lucasi*, forme A.

2. Marnes sableuses d'un gris bleuâtre, très fossilifères dans les premiers 50^m, et devenant ensuite schisteuses et assez dures. C'est cette partie supérieure qui renferme la faune décrite par Al. Rouault; elle affleure à la base de la tranchée de la gare de Gan, vers le Sud. Elle a fourni *Serpula spirulea*, *Murex spinulosus*, *Fusus rugosus*, *Pleurotoma*, *Voluta ambigua*, *Ancillaria spissa*, *Natica*, *Dentalium*, *Cardita asperula*, *Crassatella*, *Teredo*, *Nucula submargaritacea* et un grand nombre de Foraminifères : *Numm. Murchisoni*, *N. atacicus*, *N. Lucasi* (très rare), *Assilina granulosa*, *A. Leymeriei*, *Orthophragmina Archiaci*, *O. Pratti*. Il faut ajouter, d'après d'autres récoltes, *Numm. irregularis* (de petite taille), *N. distans*, var. *depressa*, *N. mamillaris*, etc.

La partie inférieure de l'assise affleure dans les tranchées suivantes, et son épaisseur totale est évaluée à 450^m environ.

3. Argiles sableuses avec un banc dur pétri de fossiles : *Cardita asperula*, *Nummulites bolcensis*, *Assilina granulosa*, *Orth. Pratti*. Vers la base on distingue une couche de sables jaunes et orangés (3 bis), très micacés avec grumeaux d'argile plastique. L'épaisseur totale est d'environ 150^m.

4. Argiles sableuses avec, vers le milieu, trois minces bandes dures fossilifères et, au-dessous, une couche de 1^m d'épaisseur de lignite feuilleté passant au jayet; ce sont les couches les plus basses qui aient pu être observées, et leur épaisseur est d'une cinquantaine de mètres. Les fossiles y ont été recueillis à quatre niveaux successifs.

4 a. *Cistella*, *Cidaris* (test et baguettes), *Numm. bolcensis*, *N. atacicus*, *N. Lucasi*, *Assilina granulosa*, *Orth. Pratti*.

4 b. Même faune avec quelques Polypiers (*Astræa contorta*).

4 c. Pattes de crabe, *Cistella*, *Cidaris* (baguettes), débris de Spatangues, Polypiers (*Flabellum*), *Numm. Murchisoni*, *N. atacicus* et variétés granuleuses, *N. Lucasi* (abondant), *Assilina granulosa*, *A. Leymeriei*, *Orth. Pratti*, *Alveolina oblonga* (variété se rapprochant de l'*A. depressa* du Vicentin).

4 d. *Cistella*, *Cidaris*, *Numm. atacicus*, *N. Lucasi*, *N. bolcensis*, *N. globulus*, *N. mamillaris*, *Assilina præspira*, *Orth. Pratti*, *O. scalaris*, *Alv. oblonga*.

Les faunes de ces différentes assises sont à peu près identiques, et la pré-

sence des Assilines montre qu'elles doivent encore être attribuées au Lutétien; elles en représenteraient la partie la plus inférieure. La présence dans ces couches de *Numm. bolcensis*, bien caractérisée, est particulièrement intéressante; cette espèce n'avait encore été signalée que dans le Vicentin et elle avait été attribuée à l'Yprésien supérieur; elle est ici certainement d'un âge un peu plus récent. Il faut signaler également l'abondance dans l'assise 4 c de *N. Lucasi*, espèce établie par Al. Rouault sur un seul échantillon, et qui avait été mal interprétée par de La Harpe et la plupart des auteurs; sa véritable signification lui a été récemment restituée par M. Boussac, d'après des échantillons retrouvés à l'École des Mines dans la collection Étallon, mais qui ne sont pas absolument identiques au type.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la stabilité de l'équilibre thermique.*

Note de M. PIERRE DUHÉM.

La théorie de la conductibilité de la chaleur conduit aux propositions suivantes :

Sur un système maintenu dans une enceinte de température uniforme et fixe ϑ_0 , l'équilibre ne peut être établi que si la température ϑ a, en tout point, la valeur ϑ_0 .

Si l'état, abstraction faite des températures, est maintenu invariable, cet équilibre est stable.

Nous avons entrepris de rendre les théorèmes généraux de la Thermodynamique indépendants de la théorie de la conductibilité, en les fondant directement sur le postulat qu'invoque cette théorie même. Il importe donc, pour achever notre tâche, de retrouver de la sorte les propositions précédentes. La première, d'ailleurs, est, pour ainsi dire, impliquée dans le postulat en question; la seconde seule mérite donc d'arrêter notre attention.

Or les inégalités que nous avons justifiées dans une Note précédente (1) redonnent sans peine le théorème de Gouy :

Un système, enfermé dans une enceinte de température uniforme et fixe ϑ_0 , est assurément en équilibre stable dans un état qui rend minimum la quantité

$$\Phi = \mathcal{U} - F(\vartheta_0)\vartheta,$$

(1) *Comptes rendus*, t. 156, 10 février 1913, p. 421.

\mathbf{U} , \mathbf{S} sont l'énergie interne et l'entropie du système et $F(\vartheta)$ la température absolue.

Si l'état du système, abstraction faite des températures, est invariable, et si l'on impose à la température ϑ , en chaque point, à partir de la valeur uniforme ϑ_0 , une variation infiniment petite arbitraire $\delta\vartheta$, on trouve sans peine que l'on a

$$(1) \quad \delta\mathfrak{G} = 0, \quad \delta^2\mathfrak{G} > 0.$$

Mais cela ne suffit pas à justifier pleinement la proposition que nous avons en vue. Selon les définitions et remarques données en notre *Traité d'Énergétique* (t. II, p. 311), la proposition de M. Gouy assure seulement la *stabilité* de l'équilibre *au second sens du mot*, et cela, à condition que \mathfrak{G} soit *minimum au second sens du mot*; or les conditions (1) assurent seulement que \mathfrak{G} est *minimum au premier sens du mot*.

En l'état considéré, \mathfrak{G} est sûrement *minimum au second sens du mot* s'il est *minimum absolu*. Or c'est ce qui a lieu. Si \mathfrak{G}_0 est la valeur de cette quantité lorsque la température est uniformément ϑ_0 , et \mathfrak{G} sa valeur dans un autre état quelconque, on a

$$\mathfrak{G} - \mathfrak{G}_0 = \int \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \frac{F(\vartheta) - F(\vartheta_0)}{F(\vartheta)} \gamma d\vartheta dm,$$

où dm est une masse élémentaire quelconque du système et γ sa chaleur spécifique normale; celle-ci étant toujours positive, par le postulat de Helmholtz, il en est de même de la différence $\mathfrak{G} - \mathfrak{G}_0$.

On peut démontrer de même que la distribution uniforme ϑ_0 de la température assure un équilibre stable *au second sens du mot* si le système est maintenu dans une enceinte imperméable à la chaleur.

Soient, en effet, \mathbf{U}_0 , \mathbf{S}_0 les valeurs de l'énergie interne et de l'entropie lorsque la température a la distribution uniforme ϑ_0 , \mathbf{U} , \mathbf{S} leurs valeurs dans un autre état quelconque. La proposition énoncée sera démontrée si l'on prouve que $(\mathbf{U} - \mathbf{U}_0)$ est certainement positif toutes les fois que $(\mathbf{S} - \mathbf{S}_0)$ est nul.

Or cette proposition résulte de celle qui vient d'être démontrée, puisque nous avons prouvé que

$$\mathbf{U} - \mathbf{U}_0 - F(\vartheta_0)(\mathbf{S} - \mathbf{S}_0)$$

était toujours positif.

Ce que la théorie de la conductibilité de la chaleur enseigne au sujet de la stabilité de l'équilibre thermique peut donc être également obtenu sans recourir à cette théorie.

GÉOLOGIE. — *Analyse détaillée des dislocations du Briançonnais oriental.*

Note ⁽¹⁾ de MM. W. KILIAN et CH. PUSSENOT.

Lorsqu'on étudie la structure des montagnes qui constituent le Briançonnais oriental, on constate que la succession des accidents tectoniques est la suivante à l'est de la Guisane.

A. Entre le synclinal de Notre-Dame-des-Neiges (massif de Prorel) (à l'ouest duquel les plis forment une série d'*écailles* déversées vers la France qui ont fait, de la part de M. Termier, entre Vallouise et Briançon, l'objet d'une monographie aujourd'hui classique) et la frontière italienne, on rencontre un ensemble de plis et d'*écailles isoclinales*, nettement déversés vers l'Italie malgré la présence de quelques éléments droits ou *hésitants*, comme le synclinal du Grand-Aréa ou la montagne de Pécé. Ce sont, en allant de l'Ouest à l'Est :

1. Les *plis du terrain houiller* de la vallée de la Guisane, qui sont tous déversés vers l'Est, et dont quelques-uns se réduisent localement sous le massif de la Croix-de-Bretagne (Pont Baldy, batterie de la Roche-Noire), à des *écailles* imbriquées légèrement déjetées dans la direction précédente. C'est à l'un de ces plis que correspond le *synclinal du Grand-Aréa*.

2. L'*anticlinal du signal de Saint-Chaffrey* qui s'étend, au Nord, jusqu'au Thabor par la Crête de Peyrole, la Roche-Gautié, la Chirouze et, au Sud, jusque dans le massif de la Grande-Maye par la Croix-de-Toulouse, à l'ouest du fort des Sallettes et le Pont Baldy.

3. Le *synclinal de la Croix-de-Toulouse* juxtaposé au précédent dans toute son étendue ; le mont Thabor et le pic du Cheval-Blanc en font partie. Près de Briançon (fort du Château), il est accidenté d'un système de *failles* qui en a isolé et abaissé la charnière complexe, accidentée d'un bombement anticlinal secondaire, dans une sorte de fosse transversale.

4. L'*anticlinal de Malafosse*, qui prend naissance dans le cirque du Clot-de-la-Ramette, près des Chalets-du-Granon, passe à mi-hauteur des escarpements du ravin de Malafosse, par le bas du hameau de Fonteuil, à l'Est de Fort-Dauphin, de la redoute du Point-du-Jour, et traverse la Cerveyrette pour s'effacer dans la Grande-Maye. Il présente entre la Cerveyrette et le Point-du Jour un curieux étirement qui a isolé la charnière de la racine.

(¹) Reçue dans la séance du 17 février 1913.

5. Le *synclinal de Malafosse* a, comme le pli précédent, son origine au bombement de l'Enclon, et s'étend de là au col de la Roya en passant par le ravin de Malafosse, le milieu du village de Fonteuil, la Seytte et les Maisons-Crénelées, près desquelles il traverse la Cerveyrette.

6. L'*anticlinal de Fonteuil*, qui commence à s'individualiser vers le milieu de l'Enclon et se continue vers le Sud par le bas du ravin de Malafosse, l'est de Fonteuil, l'Infernet et le Rocher-Signé.

7. Le *synclinal de Fonteuil* (isoclinal), part également de l'Enclon et se poursuit vers le Sud par l'entrée du ravin de Malafosse, où il traverse la Durance, par l'est du Fort de l'Infernet, par l'ouest de Goudinart, et va former la base des escarpements du Rocher-Signé.

Tout cet ensemble constitue une *masse complexe imbriquée*, déversée vers l'Est, dans laquelle des bandes de malm et de schistes, parfois laminées et *trouées* jusqu'à la disparition complète, indiquent la trace des synclinaux. Cette masse se continue sur la rive gauche de la Durance et traverse la Cerveyrette pour y gagner, par la Grande-Maye, le Queyras et la Haute-Ubaye. *Les grands traits en ont été indiqués par l'un de nous (W. Kilian) sur la feuille de Briançon* de la Carte géologique détaillée, mais on y observe une foule de complications de détails et des étirements ou trouées qui ont fait disparaître localement certaines assises.

B. A l'Est de l'ensemble précédent, on voit se succéder :

8. L'*anticlinal de Granon*, dans lequel un bombement local fait apparaître les grès houillers et qui se continue, par les cargneules du Col des Thures, vers le massif des Rois-Mages (Italie) et, au Sud, vers la Cochette et l'est de Terre-Rouge.

9. Le *synclinal de Val-des-Prés* (avec masses intrusives de roches vertes) qui se poursuit au Nord par Plampinet et l'Aiguille-Rouge, au Sud par la Cochette et la Lauzette, sur la rive gauche de la Cerveyrette. Il forme une partie du Goudran et y *encapuchonne* la charnière couchée vers l'Est de l'anticlinal suivant.

10. L'*anticlinal de Pécé* ou du *Janus* constitue le sommet de Guion et la montagne de Pécé, et se poursuit au Nord dans le massif des Trois-Mages (Punta Gasparre) vers le col de la Roue. Il est droit ou faiblement déversé dans sa partie nord, et localement accidenté de failles sur son flanc ouest (Pécé), puis *il se couche* vers l'Ouest (Janus, Goudran, Lasseron, Roche-brune).

Entre le Janus et le Lasseron, on remarque un abaissement d'axe, grâce auquel sa charnière (toujours couchée vers l'Est) est restée encapuchonnée d'une enveloppe de schistes lustrés.

11. Le *synclinal du Grand-Charvet* ou de *Cervièrès* (avec replis secondaires à l'Alpet et à Dormillouse) apparaît à Cervières sous la charnière couchée du pli précédent par une *fenêtre* (Batterie du Bois-des-Bancs) très remarquable.

12. L'*anticlinal du Chaberton*, dans l'axe duquel est creusé le vallon du Rio-Secco (avec ses quartzites et ses roches vertes) et dont les flancs ouest et est sont constitués par l'arête de Serre-Thibaut et le sommet du Chaberton. Ce pli se continue au Nord par le col des Trois-Frères-Mineurs et les assises redressées de Malapa et du Rocher-des-Prés. Au Sud-Ouest, il se poursuit bien au delà de la Piccola Dora après avoir subi un abaissement d'axe. Il est représenté à l'ouest des Acles, au col de la Chaux-d'Acles, par une bande anticlinale de cargneules, qui représente sa racine, séparée de sa charnière par une fenêtre de schistes lustrés (col des Acles).

13. Le *synclinal du Chaberton*, bien net à Clavières, et s'étendant par le flanc est du Chaberton au Clos des Morts, puis à la pointe des Trois-Scies, y compris les Grands-Becs, et, avec une élévation de son axe, à la Pointe du Cloutzeau. Il s'atténue plus au Nord, où il est enlevé par l'érosion et où il ne constitue plus qu'une simple ondulation (les anticlinaux 12 et 14 se *confondent ici, en effet, en une seule charnière couchée vers l'Est*); au Sud-Est, il s'ouvre et contient la masse éruptive du Chenaillet.

14. L'*anticlinal de Césanne*, bombement calcaire triasique entre Césanne et le Chaberton, se poursuivant au Nord *en se couchant vers l'Est* par le flanc est des Grands-Becs, les Rochers de Malapa et des Prés, la Pointe du Cloutzeau, le sommet de Bonvoisin, la Pointe Charra et l'anticlinal des Acles. Au Sud, cet anticlinal passe entre la frontière et Bousson.

15. Une *masse synclinale* de schistes lustrés, située entièrement sur le territoire italien et rejoignant au Pas-de-la-Mulatière la *fenêtre* du col des Acles, qui le fait apparaître entre la racine de l'anticlinal 12-14 et la charnière du même pli.

Des accidents que nous venons d'énumérer et qui ont été signalés en partie par l'un de nous ⁽¹⁾, ont été suivis et étudiés dans leurs connexions

(1) CH. PUSSENOT, *Bull. Serv. Carte géol.; Comptes rendus des Collab. pour 1910 et 1911*, t. XX et XXI.

dans une excursion commune; ils se présentent avec la plus grande netteté et ne se prêtent à aucune autre interprétation, leur continuité est remarquablement visible sur le terrain et n'a rien d'hypothétique.

M. **GUSTAV RETZIUS** fait hommage à l'Académie du Tome XVII (*Neue Folge*) de ses *Biologische Untersuchungen*.

COMMISSIONS.

(Voir p. 648.)

CORRESPONDANCE.

M. **G. LEMOINE** fait hommage à l'Académie, de la part de M. *Colin*, d'une lettre autographe de **BERZELIUS** à M. **JULLIEN**, relative à un projet de nomenclature chimique.

M. **P. VUILLEMIN**, élu Correspondant pour la Section de Botanique, adresse des remerciements à l'Académie.

M. le **MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE ET DES BEAUX-ARTS** adresse ampliation du Décret qui autorise l'Académie à accepter le legs universel qui lui a été fait par M. *Bonnet (Léon-Clovis)*.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Beiträge zur Geschichte der niedersächsischen Familie Roscher*. (Transmis par M. le Ministre des Colonies.)

2° Le Volume XV (seconde série) du *Journal of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia*, publié en commémoration du Centenaire de la fondation de cette Académie.

3° *Traité de la couleur au point de vue physique, physiologique et esthétique*, par M. A. **ROSENSTIEHL**. (Présenté par M. **Lippmann**.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les configurations de Laplace.*

Note de M. E. BOMPIANI.

1. J'indiquerai ici comment on peut retrouver, par une voie purement géométrique, certains résultats de M. Darboux sur l'équation

$$(1) \quad \frac{\partial^2 x}{\partial \rho_1 \partial \rho_2} + a \frac{\partial x}{\partial \rho_1} + b \frac{\partial x}{\partial \rho_2} + cx = 0,$$

résultats sur lesquels M. Tzitzéica a rappelé récemment l'attention ⁽¹⁾; je me servirai des considérations dont j'ai fait usage dans mon *Mémoire Sull' equazione di Laplace* ⁽²⁾.

2. Pour ne pas avoir à m'interrompre par la suite, je rappellerai d'abord une propriété des coordonnées homogènes d'espaces.

Soient les $\nu + 1$ points A^0, A^1, \dots, A^ν définissant un espace linéaire S_ν (à ν dimensions) contenu dans un espace S_n . Les déterminants d'ordre $\nu + 1$ extraits de la matrice

$$\begin{vmatrix} A_1^0 & A_2^0 & \dots & A_{n+1}^0 \\ A_1^1 & A_2^1 & \dots & A_{n+1}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_1^\nu & A_2^\nu & \dots & A_{n+1}^\nu \end{vmatrix}$$

formée avec les coordonnées projectives homogènes des A sont dits *coordonnées homogènes* (surabondantes) de S_ν . On peut noter $p_{1,2,\dots,\nu,\nu+1}$ le déterminant formé avec les $\nu + 1$ premières colonnes de la matrice, et de même les autres. Il est facile de voir la signification des p ayant ν indices communs, par exemple $1, 2, \dots, \nu$: ils sont les coordonnées projectives homogènes du point où S_ν rencontre l'espace $S_{n-\nu}$ d'équations

$$x_1 = x_2 = \dots = x_\nu = 0.$$

3. Nommons Φ une surface décrite par un point dont les $n + 1$ coordonnées projectives homogènes sont des solutions de l'équation (1) et soit

$$\dots, \Phi_{-h}, \dots, \Phi, \dots, \Phi_h, \dots$$

la suite de Laplace relative à Φ .

(1) *Sur les réseaux dérivés* (Comptes rendus, 3 février 1913, p. 314).

(2) *Circ. matem. di Palermo*, t. XXXIV, 1912.

Je rappelle un résultat de mon Mémoire auquel on arrive par des considérations très simples (n° 3) :

Les S_k ($k < n$) osculateurs aux courbes ρ_2 de Φ (c'est-à-dire aux courbes sur lesquelles ρ_2 varie seul) en tous les points d'une courbe ρ_1 sont osculateurs à une courbe ρ_1 de la surface Φ_k , qu'on déduit de Φ en lui appliquant k fois la transformation de Laplace (dans un sens convenable).

Soit S_{h+h} l'espace défini en un point arbitraire de Φ par les S_k et S_h osculateurs en ce point respectivement aux courbes ρ_2 et ρ_1 . Il contient $(h+1)S_k$ osculateurs à des courbes ρ_2 en des points infiniment voisins situés sur une courbe ρ_1 (de Φ) : donc, d'après l'observation précédente, il est osculateur à une courbe ρ_1 de Φ_k . On peut voir de même qu'il est osculateur à une ρ_2 de Φ_{-h} ⁽¹⁾. Enfin :

Les S_{h+h} ainsi construits en tous les points d'une courbe ρ_1 (ou ρ_2) de Φ sont osculateurs à une même courbe ρ_1 (ou ρ_2) de Φ_k (ou de Φ_{-h}).

Donc, les $\infty^2 S_{k+h}$ peuvent s'assembler, de deux manières distinctes, comme espaces osculateurs à ∞^1 courbes.

Considérons l'espace S_{k+h+1} réunissant les espaces S_{k+h} construits en deux points voisins d'une courbe ρ_1 ⁽²⁾. On peut raisonner sur lui comme sur S_{k+h} et démontrer que :

Les $\infty^2 S_{k+h+1}$ ainsi définis pour tous les points de Φ peuvent s'assembler de deux manières distinctes comme espaces osculateurs à ∞^1 courbes.

Nous dirons qu'une telle configuration de $\infty^2 S_{k+h}$ est une *configuration de Laplace*.

La raison de cette dénomination est la suivante :

En coupant une configuration de Laplace (de S_{k+h} dans un S_n) par un S_{n-k-h} on obtient une surface avec un réseau conjugué, c'est-à-dire intégrale d'une équation de Laplace du type (1).

4. Traduisons analytiquement ces résultats. L'espace S_{k+h} dont nous avons parlé est individualisé par les points

$$x, \quad \frac{\partial x}{\partial \rho_2}, \quad \dots, \quad \frac{\partial^k x}{\partial \rho_2^k}, \quad \frac{\partial x}{\partial \rho_1}, \quad \dots, \quad \frac{\partial^h x}{\partial \rho_1^h},$$

⁽¹⁾ Si les courbes ρ_2 de Φ appartiennent à des S_μ il faut supposer $\mu > k$.

⁽²⁾ On peut aussi envisager les $\infty^2 S_{k+h+1}$ obtenus en remplaçant ρ_1 par ρ_2 et les assembler d'une manière analogue à celle qui suit,

c'est-à-dire que ses coordonnées homogènes s'extraient de la matrice ($n > k + h = v$):

$$\left\| \begin{array}{cccccc} x_1 & \dots & x_v & x_{v+1} & \dots & x_{n+1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \rho_2} & \dots & \frac{\partial x_v}{\partial \rho_2} & \frac{\partial x_{v+1}}{\partial \rho_2} & \dots & \frac{\partial x_{n+1}}{\partial \rho_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^k x_1}{\partial \rho_2^k} & \dots & \frac{\partial^k x_v}{\partial \rho_2^k} & \frac{\partial^k x_{v+1}}{\partial \rho_2^k} & \dots & \frac{\partial^k x_{n+1}}{\partial \rho_2^k} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \rho_1} & \dots & \frac{\partial x_v}{\partial \rho_1} & \frac{\partial x_{v+1}}{\partial \rho_1} & \dots & \frac{\partial x_{n+1}}{\partial \rho_1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^h x_1}{\partial \rho_1^h} & \dots & \frac{\partial^h x_v}{\partial \rho_1^h} & \frac{\partial^h x_{v+1}}{\partial \rho_1^h} & \dots & \frac{\partial^h x_{n+1}}{\partial \rho_1^h} \end{array} \right\|.$$

Les $p_{1,2,\dots,v,i}$ ($i = v + 1, \dots, n + 1$) sont (n° 2) les coordonnées projectives homogènes du point d'intersection du $S_{h+h} = S_v$ considéré avec l'espace S_{n-v} d'équations $x_1 = x_2 = \dots = x_v = 0$.

Ce point décrit, comme nous l'avons vu ailleurs, une surface avec un réseau conjugué, c'est-à-dire que :

Les $p_{1,2,\dots,v,i}$ ($i = v + 1, \dots, n + 1$) sont solutions d'une même équation de Laplace qui a ρ_1, ρ_2 pour variables caractéristiques.

Les p coïncident, aux notations près, avec les expressions (m, n) de M. Darboux : nous avons ainsi établi le résultat que nous avions en vue.

Si $n - v \geq 3$ et si l'on projette de l'espace S_{v-1} ($x_{v+1} = \dots = x_{n+1} = 0$) le réseau conjugué de Φ (de S_n) sur l'espace S_{n-v} , on obtient un réseau pour lequel les réseaux définis par le théorème précédent sont les *réseaux dérivés* de M. Tzitzéica : leurs propriétés sont contenues dans nos observations (n° 3).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Propriétés nouvelles des caractéristiques des équations partielles linéaires du premier ordre en deux variables.* Note de M. GUSTAVE SANNIA.

« Le rapport anharmonique des plans tangents de quatre surfaces d'une congruence de courbes, qui passent par une même courbe de la congruence, est constant tout le long de cette courbe. »

Nous allons voir que ce beau théorème de M. Darboux ⁽¹⁾ est un cas particulier d'un théorème très général qui, à son tour, n'est qu'une interprétation géométrique d'une remarquable propriété des caractéristiques des équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre en deux variables.

Soit

$$(1) \quad F(x, y, z, p_{10}, p_{01}) \equiv P(x, y, z) p_{10} + Q(x, y, z) p_{01} - R(x, y, z) = 0$$

une telle équation, où

$$(2) \quad p_{ik} = \frac{\partial^{i+k}}{\partial x^i \partial y^k} \quad (i+k=1, 2, 3, \dots).$$

Ses caractéristiques C_0 (d'ordre zéro) sont définies par le système

$$(3) \quad \frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}.$$

Soient

$$(4) \quad y = y(x), \quad z = z(x)$$

les équations d'une caractéristique C_0 déterminée. Pour toute intégrale $z = z(x, y)$ de (1), qui contient C_0 , les fonctions (2) sont des fonctions de la variable x seulement le long de C_0 . On peut les calculer de proche en proche, moyennant les équations

$$(5) \quad dz = p_{10} dx + p_{01} dy, \quad dp_{ik} = p_{i+1,k} dx + p_{i,k+1} dy \quad (i+k=1, 2, \dots)$$

et

$$F = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0, \quad \dots,$$

où $\frac{\partial^r F}{\partial y^r}$ est la dérivée d'ordre r de F par rapport à y , lorsqu'on y considère z, p_{10}, p_{01} comme des fonctions de x et de y .

En exécutant les calculs, on trouve des équations de la forme

$$(6) \quad \frac{dp_{01}}{dx} = a_1 p_{01}^2 + b_1 p_{01} + c_1,$$

$$(6') \quad p_{10} = e_{01} p_{01} + f_{01},$$

$$(7) \quad \frac{dp_{0,m}}{dx} = b_m p_{0,m} + c_m,$$

$$(7') \quad p_{i,m-1} = e_{i,m} p_{0,m} + f_{i,m'} \\ (i=1, 2, \dots, m; m=2, 3, \dots),$$

(1) *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, t. II, p. 3.

où les coefficients $a_1, b_1, c_1, e_{01}, f_{01}$ sont des fonctions connues de x le long de C_0 et b_m, c_m, e_{im}, f_{im} sont des fonctions connues de x et des $p_{i,k}$ ($i + k = 1, 2, \dots, m-1$).

On en déduit que : $C_0(4)$ est contenue dans une infinité de caractéristiques C_1 du premier ordre $y(x), z(x), p_{10}(x), p_{01}(x)$, qui dépendent d'une constante arbitraire; chaque C_1 dans une infinité de caractéristiques C_2 du second ordre $y(x), \dots, p_{01}(x), p_{20}(x), p_{11}(x), p_{02}(x)$, qui dépendent d'une constante arbitraire; et ainsi de suite.

Considérons une caractéristique fixe C_{m-1} d'ordre $m-1 \geq 0$

$$(8) \quad y(x), \quad z(x), \quad p_{ik}(x) \quad (i + k = 1, 2, \dots, m-1),$$

et quatre caractéristiques C_m, C'_m, C''_m, C'''_m d'ordre m qui la contiennent. Ces caractéristiques seront déterminées par le système de fonctions (8) et respectivement par des nouvelles fonctions de x

$$p_{i,m-i}(x), \quad p'_{i,m-i}(x), \quad p''_{i,m-i}(x), \quad p'''_{i,m-i}(x) \quad (i = 0, 1, \dots, m),$$

solutions particulières du système (6), (6'), si $m = 1$, ou du système (7), (7'), si $m > 1$.

La linéarité des équations (6') et (7') nous apprend que les rapports anharmoniques

$$[p_{i,m-i}(x), p'_{i,m-i}(x), p''_{i,m-i}(x), p'''_{i,m-i}(x)] \quad (i = 0, 1, \dots, m)$$

sont tous égaux à une même fonction $R(x)$ de x . Il est tout à fait naturel d'appeler $R(x_0)$ le rapport anharmonique des éléments d'ordre m des caractéristiques C_m, \dots, C'''_m au point $x = x_0$ et la fonction $R(x)$ le rapport anharmonique des caractéristiques C_m, \dots, C'''_m . En particulier

$$R(x) = [p_{0,m}(x), p'_{0,m}(x), p''_{0,m}(x), p'''_{0,m}(x)];$$

mais $p_{0,m}(x), \dots, p'''_{0,m}(x)$ sont quatre solutions particulières d'une même équation de Riccati (6), si $m = 1$, ou d'une même équation linéaire (7), si $m > 1$; donc $R(x)$ est une constante (1).

Nous avons démontré que :

a. Le rapport anharmonique de quatre caractéristiques d'ordre $m \geq 1$ de l'équation (1), qui contiennent une même caractéristique d'ordre $m-1$, est constant.

(1) On peut même démontrer que cette constante est invariante pour tout changement des variables x, y, z .

Maintenant, si x, y, z sont les coordonnées d'un point de l'espace, les caractéristiques C_0 de l'équation (1) déterminent une *congruence de courbes* γ et les intégrales déterminent les *surfaces* S de la congruence (lieux de courbes γ); les éléments d'ordre $r > 0$ d'une surface S le long d'une courbe γ forment une caractéristique C_r d'ordre r de l'équation, ayant la courbe γ par support.

On peut donc donner au théorème *a* la forme géométrique suivante :

b. Si quatre surfaces d'une congruence de courbes ont un contact d'ordre $m - 1 \geq 0$ le long d'une courbe de la congruence, le rapport anharmonique des éléments d'ordre m des quatre surfaces est constant tout le long de cette courbe.

En supposant $m = 1$, on retrouve le théorème de M. Darboux.

Le théorème *b* peut s'étendre à des systèmes de courbes et de surfaces bien plus compliqués que les congruences.

L'équation (1) a des caractéristiques d'ordre zéro (courbes) qui dépendent de deux constantes arbitraires, et chacune de ses surfaces intégrales est un lieu tout à fait arbitraire de ces caractéristiques. Mais tout cela tient à la forme très particulière de l'équation.

En effet, pour une équation générale d'ordre n

$$(9) \quad F(x, y, z, p_{10}, p_{01}, p_{11}, \dots, p_{n0}, p_{n-1,0}, \dots, p_{0n}) = 0,$$

l'ordre le plus bas des caractéristiques est n ; ces caractéristiques dépendent de cinq constantes arbitraires (si $n = 1$) ou d'une fonction arbitraire (si $n > 1$); toute surface intégrale S est bien un lieu de courbes γ , supports des caractéristiques, *mais convenablement choisi*.

*Pour ces nouveaux systèmes de courbes γ et de surfaces S , le théorème *b* subsiste, pourvu que $m - 1 \geq n$.*

Car le théorème *a* subsiste aussi pour l'équation générale (9), pourvu que $m - 1 \geq n$. Cela découle immédiatement des résultats que j'ai donnés dans une Note précédente (1).

(1) *Comptes rendus*, t. 153, n° 15, p. 636. [Page 637, ligne 9, au lieu de deux, lire trois. — Voir aussi *Errata* dans le n° 18, p. 866, et dans le n° 24, p. 1176.]

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le théorème d'indépendance de Hilbert.*

Note (1) de M. TH. DE DONDER, présentée par M. Appell.

I. *Premier lemme.* — Considérons le système différentiel

$$(1) \quad \frac{dy_i}{y_i^{(1)}} = \frac{dy_i^{(1)}}{y_i^{(2)}} = \dots = \frac{dy_i^{(\alpha)}}{\eta_i(t, y, y^{(1)} \dots y^{(\alpha)})} = dt \quad (i=1, \dots, n),$$

équivalent à n équations différentielles d'ordre $(\alpha + 1)$. En utilisant une notation de Lie, ce système pourra s'écrire

$$(2) \quad \eta f \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i^n \left(\frac{\partial f}{\partial y_i} y_i^{(1)} + \dots + \frac{\partial f}{\partial y_i^{(\alpha)}} \eta_i \right).$$

Supposons que l'on connaisse n fonctions $\overline{y_1^{(1)}}, \dots, \overline{y_n^{(1)}}$ de y_1, \dots, y_n et t , qui satisfassent aux équations (1); considérons maintenant le système

$$(3) \quad \frac{dy_i}{y_i^{(1)}} = dt \quad (i=1, \dots, n),$$

qu'on pourra aussi écrire

$$(4) \quad \overline{\eta} \overline{f} \equiv \frac{\partial \overline{f}}{\partial t} + \sum_i^n \frac{\partial \overline{f}}{\partial y} \overline{y_i^{(1)}}.$$

Soit J une forme intégrale p -uple, telle qu'on ait

$$(5) \quad \eta J = K,$$

où K est aussi une forme intégrale p -uple; on démontrera aisément qu'on a

$$(6) \quad \overline{\eta} \overline{J} = \overline{K};$$

les tirets horizontaux indiquent qu'on a remplacé les $y_i^{(1)}, \dots, y_i^{(\alpha)}$ ($i=1, \dots, n$) par les fonctions considérées ci-dessus de y_1, \dots, y_n et t , et par celles qu'on en dérive: par exemple

$$\overline{y_i^{(2)}} \equiv \frac{\partial \overline{y_i^{(1)}}}{\partial t} + \sum_\lambda^n \frac{\partial \overline{y_i^{(1)}}}{\partial y_\lambda} \overline{y_\lambda^{(1)}}.$$

(1) Présentée dans la séance du 17 février 1913.

Deuxième lemme. — Considérons le système différentiel

$$(7) \quad \frac{dy_i}{Y_i(t, y)} = dt \quad (i = 1, \dots, n)$$

et un invariant intégral 1-uple

$$(8) \quad \sum_1^n N_i \partial y_i,$$

où N_1, \dots, N_n sont des fonctions de y_1, \dots, y_n et t ; on a, par hypothèse, en vertu des équations (7),

$$(9) \quad \frac{d}{dt} \sum_1^n N_i \partial y_i \equiv \delta W;$$

t étant la variable indépendante, on pose $\delta t \equiv 0$.

La théorie des invariants apprend que ⁽¹⁾

$$(10) \quad \sum_1^n N_i \left| \frac{\partial y_i}{Y_i} \cdot \frac{\partial t}{\partial y_i} \right| + W \partial t$$

est un invariant intégral 1-uple du système

$$(11) \quad \frac{dy_i}{Y_i(t, y)} = \frac{dt}{1} = d\tau \quad (i = 1, \dots, n).$$

τ étant la variable indépendante, on pose $\delta \tau \equiv 0$ et $\delta t \neq 0$.

On peut énoncer le lemme suivant : *Pour que la forme (10) soit une différentielle exacte, il faut et il suffit que la forme (8) soit une différentielle exacte.* Dans la première différentielle on a $\delta t \neq 0$, dans la seconde on a $\delta t \equiv 0$.

II. *Extension du théorème d'indépendance de Hilbert* ⁽²⁾. — Pour fixer les idées, considérons l'invariant intégral relatif ⁽³⁾ 1-uple

$$(12) \quad J = \sum_1^n \left(\frac{\partial F}{\partial y_i^{(1)}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial y_i^{(2)}} \right) \partial y_i + \sum_1^n \frac{\partial F}{\partial y_i^{(2)}} \partial y_i^{(1)} \equiv \sum_1^n (M_i \partial y_i + Q_i \partial y_i^{(1)})$$

⁽¹⁾ TH. DE DONDER, *Bulletin de l'Académie royale de Belgique : Classe des sciences*, février 1911 (voir spécialement les Chapitres I et VI).

⁽²⁾ O. BOLZA, *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, t. XXXI, 1^{er} semestre 1911.

⁽³⁾ TH. DE DONDER, *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, t. XVI, 1^{er} semestre 1902 (voir spécialement le n° 58 de ce Mémoire).

des équations différentielles définissant les extrémales de $\delta \int_{t_1}^{t_2} F dt = 0$, où F est une fonction quelconque de $t, y_i, y_i^{(1)}, y_i^{(2)}$ ($i = 1, \dots, n$). Si ces équations sont satisfaites par les n fonctions $\overline{y}_i^{(1)}, \dots, \overline{y}_n^{(1)}$ de y_1, \dots, y_n et t , le premier lemme nous apprend à déduire, de J , un invariant intégral relatif 1-uple \bar{J} du système (3). Grâce au deuxième lemme, on déduira de \bar{J} l'invariant intégral relatif 1-uple :

$$(13) \quad \bar{J}' \equiv \sum_1^n i \left(\bar{M}_i + \sum_k^n \bar{Q}_k \frac{\partial \overline{y}_k^{(1)}}{\partial y_i} \right) \partial y_i + \left[\bar{F} - \sum_1^n i \left(\bar{M}_i + \sum_k^n \bar{Q}_k \frac{\partial \overline{y}_k^{(1)}}{\partial y_i} \right) \overline{y}_i^{(1)} \right] \partial t$$

du système (11); on trouve, en outre, que pour que \bar{J}' soit une différentielle exacte, il faut et il *suffit* que \bar{J} soit une différentielle exacte. Donc, si $n = 1$, \bar{J} est toujours une différentielle exacte.

MÉCANIQUE. — *Sur la propagation et l'altération des ondes de choc.*

Note (1) de M. L. CRUSSARD, présentée par M. L. Lecornu.

Une onde plane de choc, tout comme une onde continue (2), peut être définie par la distance $x = f(\omega)$ qui sépare chaque front F du front initial F_0 , avec cette différence qu'en un certain front (qui peut être F_0 ou qui peut en être distinct) il y a variation brusque de ω (front de choc).

La recherche de la façon dont se déforme, en se propageant, une onde ainsi constituée est très complexe : 1° parce que le front de choc ne progresse pas comme les autres ; 2° parce qu'il donne, à chaque instant, naissance à des ondes de retour. Par contre, les ondes qui portent des compressions modérées obéissent à des lois pratiquement assez simples, et le problème peut être entièrement résolu, à un taux d'approximation largement suffisant.

Si, usant des formules établies par Hugoniot, on cherche à déterminer l'état PV d'un front F où se réalise la vitesse ω , on a, comme on le verrait facilement :

(1) Présentée dans la séance du 17 février 1913.

(2) Voir ma Note du 3 février 1913, insérée dans les *Comptes rendus* de la séance du 10.

Cas d'onde continue.

$$\frac{P}{P_0} = \gamma \frac{w}{S_0} + \frac{\beta}{2} \gamma \frac{w^2}{S_0^2} + K \frac{w^3}{S_0^3},$$

$$-\frac{V}{V_0} = \frac{w}{S_0} - \frac{\beta}{2} \frac{w^2}{S_0^2} + K' \frac{w^3}{S_0^3},$$

Cas d'onde de choc.

$$\frac{P}{P_0} = \gamma \frac{w}{S_0} + \frac{\beta}{2} \gamma \frac{w^2}{S_0^2} + K_1 \frac{w^3}{S_0^3},$$

$$-\frac{V}{V_0} = \frac{w}{S_0} - \frac{\beta}{2} \frac{w^2}{S_0^2} + K'_1 \frac{w^3}{S_0^3},$$

K, K', K_1, K'_1 désignant des quantités finies. Au troisième ordre près en $\frac{w}{S_0}$, l'état PV est donc le même et, à ce degré d'approximation, les ondes de retour disparaissent.

Étudions, pour fixer les idées, la propagation d'une onde dans laquelle



le front de choc coïncide avec le front initial F_0 . Si, à un instant donné, la vitesse derrière le front est w , le front F_0 progresse avec une vitesse U' donnée par les formules d'Hugoniot, soit, en développant en série :

$$(1) \quad U' = S_0 \left(1 + \frac{\beta}{2} \frac{w}{S_0} - \frac{\beta^2}{8} \frac{w^2}{S_0^2} + K'' \frac{w^3}{S_0^3} \right),$$

tandis que le front suivant F_1 progresse, comme on l'a vu dans l'étude des ondes continues, avec la vitesse

$$(2) \quad U = S_0 \left(1 + \beta \frac{w}{S_0} \right) > U',$$

F_1 ne tarde donc pas à rejoindre F_0 et à altérer la marche du front de choc.

Le problème sera résolu si l'on connaît : 1° l'époque T à laquelle un des fronts arrière F , portant la vitesse w , rejoint le front initial F_0 ; 2° la position X de la rencontre F'_0 .

Or : 1° pendant le temps T , le front F a parcouru le chemin $FF'_0 = X + x$ avec la vitesse U , donc

$$(3) \quad X + x = UT,$$

et 2° au moment T , la vitesse derrière le front F'_0 étant w , ce front pro-

gresse avec la vitesse U'

$$(4) \quad \frac{dX}{dT} = U'.$$

L'élimination de X , U et U' entre (1), (2), (3), (4) donne ainsi (toujours à $\frac{w^3}{S_0^3}$ près)

$$\left(\frac{\beta}{2} \frac{w}{S_0} + \frac{\beta^2}{8} \frac{w^2}{S_0^2} \right) dT + \beta T \frac{dw}{S_0} - \frac{dx}{S_0} = 0,$$

d'où

$$(5) \quad \frac{\beta}{2} \frac{w^2}{S_0} T = \left(1 + \frac{\beta}{4} \frac{w}{S_0} \right)^2 \int_{\frac{w_0}{S_0}}^{\frac{w}{S_0}} \frac{w}{S_0} \frac{dx}{\left(1 + \frac{\beta}{4} \frac{w}{S_0} \right)^3},$$

ce qui résout entièrement le problème.

En particulier, l'atténuation spontanée des ondes de choc (le coup de vent des explosifs, par exemple) est ainsi résolue. Quand l'onde est sur le point de disparaître (w faible), on voit, notamment, d'après (5), qu'elle obéit approximativement à la relation

$$(6) \quad w^2 T = \text{const.}$$

Jointe à (3), cette équation (6) montre que l'onde, en même temps qu'elle s'atténue, s'étale entre tête et queue, sa longueur variant à peu près comme \sqrt{T} .

AÉRONAUTIQUE. -- *Sur un nouveau principe de stabilité longitudinale des aéroplanes.* Note (1) de M. ALEXANDRE SÉE, présentée par M. L. Lecornu.

On sait que la stabilité longitudinale des aéroplanes en air calme, entendue dans le sens de création d'un couple de rappel lorsque l'appareil, supposé préalablement en équilibre, prend un petit mouvement de tangage, est habituellement obtenue par le principe dit du V longitudinal. Le V longitudinal consiste en la disposition de deux surfaces fixes l'une derrière l'autre, celle d'avant ayant un angle d'incidence plus grand que celle d'arrière. Les deux surfaces peuvent à la rigueur être réunies en une seule

(1) Présentée dans la séance du 17 février 1913.

dont la partie antérieure a une incidence plus grande que la partie postérieure.

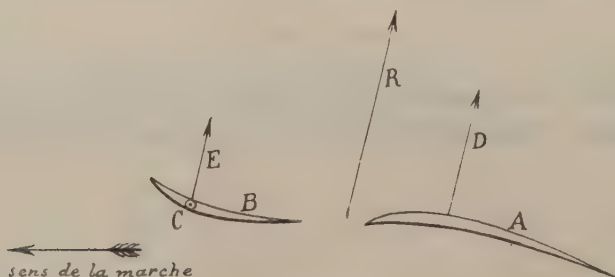
La présente Note a pour objet de montrer qu'on peut réaliser la stabilité longitudinale par l'application d'un principe tout différent.

Considérons un aéroplane composé d'une surface portante principale A placée à l'arrière et d'une surface B placée à l'avant; cette surface B est librement mobile autour d'un axe transversal C; elle est en outre convexe vers le bas, ou plus généralement elle a une forme telle que la poussée de l'air sur elle avance lorsque l'incidence diminue (il existe des surfaces en S présentant cette propriété alliée à une bonne qualité portante).

En marche, la surface B s'oriente d'elle-même, de manière que la poussée E qu'elle reçoit de l'air rencontre l'axe C; elle conserve par conséquent une incidence constante.

Il est facile de voir qu'un tel ensemble, bien que dépourvu d'empennage fixe, possède la stabilité longitudinale.

En effet, supposons l'appareil en équilibre; les deux poussées D et E sur les surfaces



A et B ont une résultante R passant par le centre de gravité (on suppose, comme d'habitude, que le moment de la traction de l'hélice par rapport au centre de gravité est très petit).

Si l'appareil pique du nez, l'angle d'incidence des deux surfaces se trouve diminué. La poussée D sur la surface A diminue. Mais la surface B reprend immédiatement son incidence de régime, et par conséquent la poussée E ne diminue pas. Il en résulte que la résultante de D et de E se rapproche de E, produisant un couple qui tend à relever l'avant de l'appareil, c'est-à-dire à rétablir la position initiale.

On voit par un raisonnement analogue que, si l'appareil se cabre, la surface B est encore stabilisatrice.

Pour vérifier ce principe, j'ai construit un modèle réduit. Ce modèle présente une très grande stabilité; lancé dans des conditions diverses, il s'établit immédiatement à sa position de régime et ne s'en écarte plus.

En déplaçant soit le centre de gravité, soit la position de l'axe C sur la surface B, j'ai fait varier les vitesses et angles de régime, sans nuire à la stabilité.

Ce principe de stabilité ne fait pas appel au V longitudinal; l'incidence de la surface d'avant est déterminée par la position de l'axe C; elle peut être choisie égale ou inférieure à celle de la surface d'arrière.

En pratique, on donnera aux deux surfaces l'incidence correspondant à la meilleure qualité portante, chose qu'on ne peut jamais faire avec le V longitudinal, dans lequel la surface stabilisatrice a toujours une incidence nettement plus grande ou plus petite que celle correspondant à la meilleure qualité portante.

Le couple stabilisateur obtenu par le procédé ci-dessus est plus grand que celui que crée le V longitudinal; en effet, avec ce dernier, la poussée sur les deux surfaces varie, et le V a pour effet de faire varier la poussée sur l'avant un peu moins vite que la poussée sur l'arrière. Avec le procédé que je viens de décrire, la poussée sur l'avant ne varie pas du tout; l'effet stabilisateur est en quelque sorte la limite supérieure de celui qu'on pourrait obtenir avec le V longitudinal poussé à l'extrême.

ÉLECTRICITÉ. — *L'inscription des signaux horaires et des télégrammes hertziens à l'aide d'un appareil Morse.* Note⁽¹⁾ de M. ALBERT TURPAIN.

Continuant les recherches que je poursuis depuis quelques années sur l'inscription des signaux hertziens, j'ai réalisé deux types de galvanomètres très sensibles et de grand amortissement.

L'un me sert à inscrire photographiquement les signaux hertziens de l'heure à la manière que l'ai indiquée à l'Académie dans une Note récente (*Comptes rendus*, 10 février 1913); c'est un galvanomètre à corde qui rappelle les dispositifs de ce genre d'Eithoven et d'Edelmann. L'autre est un galvanomètre à cadre qui permet de mettre en mouvement un appareil Morse ordinaire. Je donnerai ici, concernant ces deux types d'appareils, quelques indications succinctes.

Galvanomètre à corde. — Le fil tendu dans un champ magnétique intense est du fil de 2^{me} de diamètre, fil à la Wollaston qui, argenté, présente un diamètre

(¹) Présentée à la séance du 17 février 1913.

de $\frac{2.5}{1000}$ de millimètre. On le décape de l'argent sur une longueur de 4^{cm} à 5^{cm} environ. Le fil est tendu dans le champ magnétique d'un puissant électro Weiss, muni de pièces polaires coniques qui, rapprochées à 1^{mm}, réalisent un champ de 32000 gauss. Le galvanomètre décèle un courant de 5×10^{-12} ampère, soit $\frac{1}{200000}$ de microampère. Il m'a servi à inscrire les signaux de l'heure par la photographie et à y comparer au $\frac{1}{100}$ de seconde près l'heure d'un chronomètre (*Comptes rendus*, 10 février 1913).

Galvanomètre à cadre. — Le fil conducteur, en cuivre isolé à la soie, mesure $\frac{5}{100}$ et dans certains cadres $\frac{3}{100}$ de millimètre de diamètre. Le cadre est sans support. A cet effet, l'enroulement est fait sur mandrin de bois recouvert de papier et en dernier lieu d'une feuille de papier pelure. Chaque couche de fil est passée au vernis à la gomme laque. L'enroulement muni du papier pelure est extrait du mandrin. Par une opération minutieuse, on décolle, au moyen d'un pinceau léger imbibé d'alcool, le papier pelure qui est retiré par fragments. L'enroulement du fil $\frac{5}{100}$ ou $\frac{3}{100}$ est dès lors aggloméré sans support. On frette chaque coin du cadre au moyen d'un fil d'aluminium de $\frac{5}{100}$ de millimètre de diamètre présentant une petite boucle qui permettra la suspension bifilaire du cadre au moyen de fil de cocon de soie. Le cadre est muni, sur un de ses côtés, d'un miroir d'oscillographe (2^{mm} sur 1^{mm}). Les deux coins supérieurs reçoivent deux index en mince fil d'aluminium. L'un des index, de 5^{cm} de longueur, muni d'un fil de cuivre de $\frac{3}{100}$ de millimètre de diamètre enroulé en spirale, permet de réaliser un contact de relais, à la vérité un peu précaire. L'autre index, de 1^{cm} seulement de longueur, agit par un fil de cocon sur un très léger levier d'aluminium, très mobile et qui accroît dans la proportion de $\frac{4}{10}$ les déplacements du cadre. Ce dispositif de relais est bien constant. Ce levier d'aluminium agit, par ses déplacements, sur un relais très sensible (relais Claude ou relais Ducouso sensibles à des courants de 50^{µa}). Ce dernier relais permet d'actionner un Morse ordinaire. On peut donc, grâce à l'équipage du cadre — et par une cascade de deux relais de sensibilités décroissantes — mettre en œuvre, par les signaux hertiens, un appareil Morse ordinaire.

Les galvanomètres à cadre que j'ai réalisés présentent une sensibilité de l'ordre du $\frac{5}{1000}$ de microampère. Les équipages, tout frêtés de leurs boucles de fil d'aluminium, de leurs index et du miroir qui permet de les appliquer à l'inscription photographique, pèsent de 1^g, 5 à 2^g, 3.

Les cadres que j'ai réalisés mesurent 72^{mm} sur 11^{mm} (dimensions intérieures). Ils ont une épaisseur de 2^{mm}, 5 ou de 5^{mm}. En fil de $\frac{3}{100}$ on peut accumuler 400 tours (20 couches de 20 tours) ou même 1200 tours (30 couches de 40 tours), sans donner aux côtés du cadre une épaisseur supérieure à 2^{mm} ou 3^{mm}. On peut dès lors utiliser des entrefers de 2^{mm}, 5 à 3^{mm}, 25, c'est-à-dire réaliser des champs magnétiques de 20000 gauss à 23000 gauss.

En suspendant le cadre par un bifilaire en cocon de 7^{cm} de hauteur, tiré à 4^{mm} du cadre par deux haubans horizontaux en fil de cocon, on règle aisé-

ment le couple de torsion et l'on réalise un amortissement qui permet de suivre la transmission par signaux Morse.

Je poursuis à l'heure actuelle, au moyen de ces galvanomètres et de cette méthode d'une *cascade de deux relais de sensibilités décroissantes*, la construction de dispositifs pratiques qui permettent de remettre automatiquement à l'heure une pendule donnée au moyen d'un seul des signaux horaires de la Tour Eiffel. Les organes de la pendule déterminent *automatiquement* la mise en relation des dispositifs avec l'antenne seulement au moment de l'émission du signal de 10^h 45^m.

MÉCANIQUE. — *Effets de la flexion aux points d'attache du fil d'une balance de torsion*. Note de M. V. CRÉMIEU, présentée par M. E. Bouty.

Le but de la présente Note est de compléter ce que j'ai montré antérieurement d'une manière sommaire (*Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 1161) au sujet des balances de torsion dont le fil de suspension est fléchi à ses points d'attache.

Considérons un corps X, de masse M, de centre de gravité G, suspendu à un fil fin AB, serré suivant Aa dans une pince fixe, et suivant Bb dans une pince solidaire de X. On peut distinguer deux cas :

Premier cas. — L'insertion Aa (*fig. 1*) n'est pas verticale et l'insertion Bb prolongée passe par G. Le fil est alors fléchi à partir de A, et le moment de flexion \mathfrak{M}_1 maintient X dans une position telle que G se trouve à une distance GO de la verticale du point A, qui satisfait à la relation

$$(1) \quad \mathfrak{M}_1 = Mg \times \overline{GO} = Mgl \sin \alpha.$$

Aa, B et G sont, ainsi que le fil, contenus dans un *plan de flexion* déterminé.

Second cas. — L'insertion Aa est verticale (*fig. 2*) et l'insertion Bb prolongée ne passe pas par G. Le fil est alors fléchi à partir de B, et le moment \mathfrak{M}_2 maintient encore G à distance de la verticale du point A, dans une position définie par une relation analogue à (1).

Dans ces deux cas, X peut osciller pendulairement autour d'axes horizontaux passant par A, et azimutalement autour de la verticale du point A ; mais il présente toujours un mouvement oscillatoire complexe, résultant de la combinaison de ces deux espèces d'oscillations.

Si le fil de suspension est fin, et le poids du corps X voisin de la charge élastique de ce fil, la période azimutale T_1 est très longue par rapport à la période pendulaire T_2 . Par exemple, avec des fils de 1^m de longueur, le rapport des périodes est supérieur à 1200, pour une forme appropriée de X.

Supposons qu'un ébranlement vienne agir sur la pince supérieure et fasse passer A en A', en un temps t . La pesanteur, appliquée en G, fera prendre à X, avec un retard dt , un mouvement pendulaire. Mais par suite de la flexion du fil, G se trouvera, pendant l'intervalle dt , soumis à un couple à axe vertical, dont l'expression est

$$W = Mg l \sin \alpha \sin \beta \sin \omega,$$

expression dans laquelle β désigne l'angle AGA' et ω l'angle du plan de flexion avec

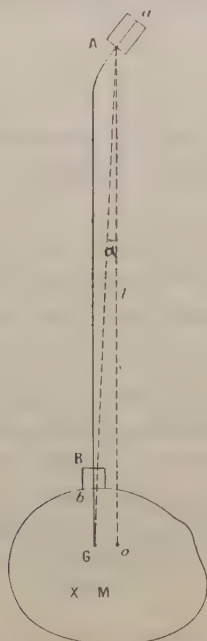


Fig. 1.

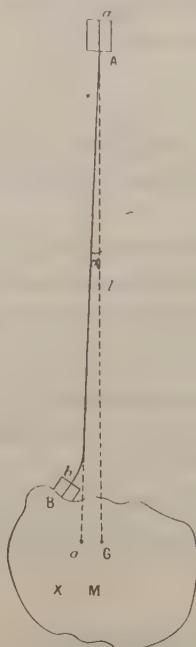


Fig. 2.

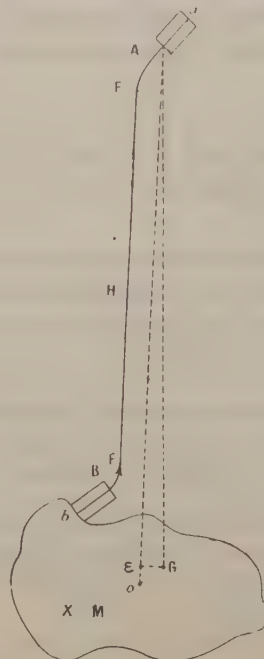


Fig. 3.

le plan AGA'. La valeur de W est nulle pour $\omega = 0$; et dans ce cas, le déplacement de A n'entraînerait pas d'oscillation azimutale de X.

Le couple antagoniste de W est le couple de torsion W_0 du fil. Dans les conditions définies ci-dessus, le rapport $\frac{W}{W_0}$ est de l'ordre de $\frac{1}{1000}$, pour des valeurs de α et β de l'ordre de la minute. L'angle dont tournera G autour de la verticale A_0 sera donc très appréciable; la ligne d'intersection de X par A_0 restera en retard sur G, et le retard sera proportionnel au rapport $\frac{T_1}{T_2}$.

Cas de deux flexions. — L'analyse qui précède ne s'applique qu'aux cas où le point A se déplace de façon que Aa reste parallèle à lui-même. Dans

ces conditions, un déplacement de A n'amène aucun changement dans la position d'équilibre azimutal du plan de flexion.

Mais si le déplacement modifie la direction de Aa, on constate que cette position d'équilibre change, et l'étude des mouvements du système devient très compliquée.

Le fil de suspension prend la forme d'une courbe gauche complexe, qui fera l'objet d'une étude ultérieure. L'expérience montre, d'ailleurs, que ce fil est soumis à une torsion proportionnelle à l'angle que font entre eux les plans verticaux passant par Aa et Bb.

On peut se rendre compte de ce qui se passe à l'aide du raisonnement suivant :

Admettons d'abord (ce que l'expérience vérifie pour des fils fins) que la plus grande partie FF (*fig. 3*) du fil de suspension est sensiblement verticale.

Ceci posé, considérons le système suspendu de la figure 2. Il n'y a qu'une flexion \mathfrak{M}_1 , et la trace horizontale sera telle que bBAG (*fig. 4*).

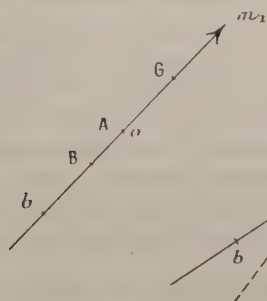


Fig. 4.

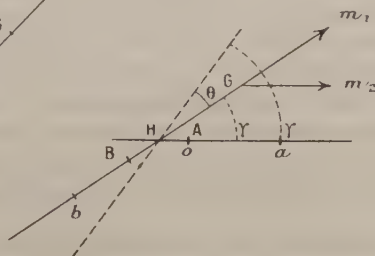


Fig. 5.

Écartons maintenant Aa de la verticale, dans un plan faisant avec GBb un angle γ . L'intersection de ces deux plans sera sur la portion FF (*fig. 3*) et sa trace en H (*fig. 5*). Le plan de flexion initial a été déplacé vers la gauche, dans le cas de la figure, et l'on voit que G est maintenant soumis, par rapport à la position initiale du plan GBb, à un moment proportionnel à HA, c'est-à-dire à la flèche de la seconde flexion \mathfrak{M}_2 .

Ce moment fait tourner le plan GBb, autour de H, d'un angle θ ; l'angle γ' du plan vertical de Aa avec le plan BbG sera, dans la nouvelle position d'équilibre de X, plus petit que l'angle initial γ .

D'autre part, en fléchissant Aa, nous avons élevé G d'une hauteur z . L'équilibre du système est caractérisé par une relation de la forme

$$Mg \times GO = m_1 + m_2 + C\theta.$$

C désignant le couple de torsion du fil.

Cette relation approchée suffit à rendre compte de ce que toute variation

permanente de la verticale modifiera la position d'équilibre azimutal du système. D'autre part, si les directions d'insertion du fil demeurent fixes, une variation de M ou de g entraînera une rotation de X .

L'expérience montre, de plus, qu'on peut arriver à une très grande sensibilité.

On peut utiliser les propriétés que je viens d'exposer pour construire : 1° des séismographes ayant des plans finis dans l'espace, et échappant aux ébranlements sismiques; 2° des dynamomètres et des microbalances.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la transformation subie par le carbure de calcium chauffé.* Note de MM. E. BRINER et A. KUHNÉ, présentée par M. G. Lemoine.

C'est un fait bien connu des chimistes qui ont eu à s'occuper du carbure de calcium soit au laboratoire, soit dans l'industrie, que ce corps subit, lorsqu'on le chauffe à 800°-1000° en vase clos, une transformation remarquable⁽¹⁾, accompagnée d'une mise en liberté de carbone. Aux températures très élevées, mais indéterminées, obtenues dans son four électrique, Moissan⁽²⁾ avait déjà observé ce phénomène, qu'il croyait vraisemblable d'attribuer à une dissociation de CaC_2 avec départ de Ca. Récemment, MM. Erlwein, Warth et Beutner⁽³⁾ ont conclu de leurs essais non pas à une décomposition du carbure en ses éléments, mais à une transformation en un sous-carbure, qu'ils n'ont du reste pas isolé et dont ils n'indiquent pas la composition.

A l'occasion de travaux sur la vitesse de réaction dans les corps solides, nous avons repris l'étude de cette question, et, nous basant sur le dernier Mémoire cité, nous nous sommes proposé tout d'abord d'établir la composition du sous-carbure présumé. En tenant compte du fait que l'acétylène, dont CaC_2 est un dérivé, est moins stable que les autres hydrocarbures éthyléniques ou saturés, tout au moins aux températures pas trop élevées, il nous a paru naturel d'envisager la formation d'un carbure de constitution éthylénique ou saturée (analogue par exemple au carbure d'aluminium C_3Al^4), formation qui serait évidemment accompagnée d'une mise en liberté de carbone.

(¹) M. le Dr Friedrich, ancien directeur de la Société des Produits azotés, à Notre-Dame-de-Briançon, a fait cette constatation en 1908, au cours de recherches sur la fabrication de la cyanamide calcide.

(²) *Comptes rendus*, t. 126, 1898, p. 306.

(³) *Zeits. f. Elektrochem.*, t. XVII, 1911, p. 177.

Le carbure, qui a servi aux essais résumés ici, a été placé dans des tubes de porcelaine de Berlin non vernie et maintenu pendant 7 à 10 heures, suivant les échantillons, à une température de 900° , réalisée au moyen d'un four électrique à résistance.

Nous avons fait réagir le carbure ainsi traité avec l'eau, puis avec HCl concentré, et nous avons reconnu : 1^o qu'il se forme dans ces conditions uniquement de l'acétylène et pas d'autres hydrocarbures solides, liquides ou gazeux ; 2^o que le corps pulvérulent noir, résidu de l'attaque par HCl concentré, est du carbone pur. Ces constatations excluent donc l'existence d'un sous-carbure. Comme, d'autre part, les quantités de carbone produites sont trop considérables (¹) pour être attribuables à une décomposition d'hydrocarbures occlus (²), on est bien obligé d'admettre que ce carbone provient de la décomposition du carbure en ses éléments. MM. Erlwein, Warth et Beutner n'ont pas envisagé cette décomposition, parce qu'ils n'ont pas trouvé d'hydrogène dans les produits de l'attaque par l'eau du carbure chauffé, l'absence de ce gaz démontrant pour eux la non-formation de Ca. Dans les nombreuses analyses que nous avons faites, nous n'avons pas non plus trouvé d'hydrogène, mais si l'on réfléchit aux affinités chimiques énergiques du calcium, la disparition de ce corps, dans les conditions des expériences, n'a rien que de très naturel : au fur et à mesure de sa formation, il se combine aux éléments de l'air ou attaque le matériel solide avec lequel il est en contact (³). Pour nous assurer de ce fait, nous avons placé les récipients renfermant CaC^2 dans des tubes en porcelaine ou en quartz dans lesquels le vide a été maintenu pendant toute la durée de la chauffe à 900° . Le carbure ainsi chauffé n'a pas non plus donné d'hydrogène avec l'eau ; par contre, nous avons trouvé qu'il renfermait d'autant moins de Ca qu'il a été chauffé plus longtemps, ce qui dénote bien la disparition du calcium libéré. Une série d'expériences comparatives, où nous avons chauffé dans le vide du carbure, puis du calcium seul, nous a convaincus que le calcium, résultant de la décomposition de CaC^2 , s'est, pour

(¹) Dans un essai, le carbure, après 10 heures de chauffe, renfermait 10 pour 100 de carbone ; d'ailleurs ces quantités augmentent avec la durée de chauffe.

(²) Cette décomposition est invoquée par BREDIG, FRAENKEL et WILKE, *Zeits. für Elektrochem.*, t. XIII, 1907, p. 608.

(³) Lorsqu'on chauffe du calcium à une température suffisante dans des récipients pleins d'air, le vide s'y produit par disparition de l'azote et de l'oxygène combinés à Ca ; il aurait donc fallu que les récipients contenant le carbure fussent absolument étanches, et ce n'était pas le cas.

une part, évaporé (nous l'avons retrouvé dans les parties froides des tubes où il s'est sublimé) et que, pour une autre part, il a altéré fortement le matériel du récipient (1).

La conclusion à tirer de ces expériences est que la transformation du carbure chauffé n'est autre qu'une décomposition pure et simple de ce corps en ses éléments.

Quant à l'interprétation théorique, d'après la valeur négative trouvée par de Forcrand (2) pour la chaleur de formation de CaC_2 , il faudrait attribuer la décomposition de ce corps à la rétrogradation en leurs éléments, subie par les composés endothermiques, lorsque la température s'abaisse. Mais des données thermiques plus récentes montrent que la réaction de formation de CaC_2 à partir des éléments est faiblement exothermique (3), en sorte que cette décomposition est assimilable à la dissociation des corps exothermiques, et, à ce titre, elle doit être d'autant plus complète et plus rapide que la température s'élève davantage.

Comme suite à ces recherches, nous avons commencé l'étude de quelques autres carbures métalliques au point de vue des transformations qu'ils peuvent subir dans des régions de températures bien déterminées.

PHYSICO-CHIMIE. — *La tonométrie différentielle des solutions et la théorie d'Arrhenius.* Note de M. E. FOUARD, présentée par M. E. Bouty.

Les présentes recherches m'ont été suggérées par la discussion des faits que j'avais exposés dans une étude osmométrique des solutions salines (4).

D'après la théorie des ions, la pression osmotique d'une solution d'un électrolyte, comme le chlorure de potassium (ClK), doit être double de celle d'un composé organique, tel que la saccharose, à concentration moléculaire égale, et à dilution infinie : autrement dit, le poids moléculaire osmométrique du ClK serait alors la moitié de sa valeur chimique. Or mes observations avaient abouti, non à ce nombre prévu $\frac{M}{2}$,

(1) L'attaque des récipients dans lesquels on chauffe le carbure est due ainsi non pas à l'action de CaC_2 , mais à celle de Ca mis en liberté.

(2) *Comptes rendus*, t. 120, 1895, p. 682.

(3) Guntz et Bassett (*Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 864; *Journ. de Chim. phys.*, t. IV, 1906, p. 1) ont trouvé pour cette réaction la tonalité thermique 13^{cal} , 15; elle serait encore plus grande à partir de Ca liquide ou gazeux.

(4) *Comptes rendus*, t. 152, p. 519, et t. 153, p. 759; *Journal de Phys.*, avril 1912.

mais exactement à M : ce résultat précis, en désaccord avec l'hypothèse d'Arrhenius, suppose un concours vraiment singulier de prétendues causes d'erreurs expérimentales. Il était nécessaire de vérifier cette mesure, effectuée à la température de 20° - 22° , par l'évaluation, à une même température, de la différence de tensions des vapeurs de l'eau et de la solution, que le raisonnement thermodynamique de Nernst relie à la pression osmotique; cette dépression tonométrique devra ainsi être égale au poids d'une colonne de vapeur saturée dont la hauteur est celle de la solution soulevée par la pression osmotique.

J'ai donc étudié, avec la collaboration de M. de Tonnay-Charente, une technique expérimentale donnant directement cette valeur différentielle, suivant le principe appliqué déjà par Bremer.

Le tonomètre (*fig. 1*), entièrement en verre, est constitué par deux chambres de



vapeur de capacités égales; chacune d'elles est formée d'un ballon de 200cm^3 relié, au moyen d'un rodage noyé dans un bain de mercure, à un tube latéral recourbé qui débouche dans la branche verticale d'un circuit tubulaire fermé; celui-ci forme à sa partie inférieure un U aux deux branches juxtaposées, contenant de l'huile de vaseline desséchée à 100° dans le vide; à la partie supérieure sont deux robinets parfaits

tement rodés limitant les deux chambres de vapeur ; le tube supérieur sert à faire le vide. On met dans l'un des ballons 100^{cm}³ d'eau pure, dans l'autre, 100^{cm}³ de solution normale de sucre ou de KCl. La dénivellation des deux ménisques d'huile, de l'ordre de 10^{mm}, doit être mesurée au $\frac{1}{10}$ de millimètre, soit à $\frac{1}{158}$ de millimètre ou 6^µ,33 de mercure.

Cette sensibilité d'appréciation nécessite une élimination des causes aberrantes, à laquelle je suis parvenu après 15 mois d'expérimentation.

Outre les difficultés connues de la méthode statique, j'en ai observé une autre, extrêmement importante : après une ébullition prolongée des deux liquides dans le vide, contrairement à ce qu'on pourrait croire, il reste encore assez d'air dissous, se dégageant lentement ensuite, après l'occlusion des deux volumes de vapeur, pour modifier, jusqu'à la changer de sens, la dénivellation ; le départ du gaz raréfié ne s'effectue que lentement, retenu par la viscosité des liquides. La technique qu'on va résumer supprime les difficultés.

Le vide est effectué par une pompe à mercure de Moulin, jusqu'à $\frac{1}{10}$ de millimètre de Hg ; on contrôle l'extraction des gaz avec une jauge de MacLeod ; la canalisation comprend encore un tube barométrique, indicateur de stabilité du vide, un tube dessécheur à anhydride phosphorique, enfin une éprouvette horizontale contenant du mercure, placée directement au-dessus du tonomètre, et qu'on inclinera pour obturer intérieurement les deux robinets, lorsque la jauge n'indiquera plus aucune variation ; ces diverses parties sont reliées par du tuyau de plomb, avec joints au mastic de Golaz. Le tonomètre est immergé dans l'eau. Chaque opération dure de 6 à 7 jours, pour l'obtention de l'équilibre définitif.

On a ainsi obtenu les dénivellations suivantes D, en millimètres d'huile, aux températures indiquées *t* ; elles ne diffèrent, du sucre au ClK, que de quelques dixièmes de millimètre, ce que vérifient d'ailleurs les essais différentiels directs entre les deux solutions normales :

Sucre.	<i>t</i>	19°,74	20°,72	20°,61	20°,83	21°,75	21°,95	22°,03	22°,41	22°,61
	D	6,6	7,2	7,4	7,4	8,2	8,2	8,2	8,5	8,8
ClK.	<i>t</i>	20°,97	21°,71	21°,62	21°,74	22°,16	22°,01	22°,63	22°,81	
	D	7,8	8,3	8,4	8,4	8,8	8,9	9,7	9,8	

Comparons le résultat à 22° à celui fourni par le calcul de Nernst : à 22°, la pression osmotique théorique $P_0 \propto T$ d'une solution normale, sans dissociation, est de 24^{atm},05 équilibrée par une hauteur de solution de sucre ($d_{22}=1,130$) de 219^{mm},50, ou par une hauteur de solution de ClK ($d_{22}=1,039$) de 239^{mm} ; les dénivellations tonométriques théoriques, calculées en huile de vaseline ($d_{22}=0,861$), sont ainsi pour le sucre : 4^{mm},88 ; pour le ClK : 5^{mm},33. Qu'indiquent les expériences à 22° ? Pour le sucre, on a

8^{mm}, 2. Pour le ClK, on a 8^{mm}, 9. Il résulte de là un accroissement proportionnel, pour le sucre, de $\frac{8,2}{4,88} = 1,68$ et pour le ClK, de $\frac{8,9}{5,33} = 1,67$. Or, ce dernier traduit conventionnellement une dissociation électrolytique de 0,67 bien conforme aux prévisions; mais pour le sucre, le même rapport (0,68) est absolument inattendu, en divergence complète avec les théories. A moins de supposer que la méthode, très satisfaisante pour le KCl, ne vaut rien pour le sucre, on déduirait de là que les molécules-grammes de chacun d'eux sont cinétiquement équivalentes à 22°, comme si toutes deux étaient également dissociées, ou bien comme si elles ne l'étaient ni l'une ni l'autre, une explication différente des phénomènes connus devant être recherchée. En tous cas, c'est précisément cette équivalence cinétique que m'avaient indiquée mes expériences osmométriques, alors qu'à dilution maxima aucune diffusion saline n'était décelable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxydation des complexes cobalto-organiques.*

Note de M. H. COLIN et A. SÉNÉCHAL, présentée par M. Haller.

Les sels de cobalt ne sont pas précipités par les alcalis en présence d'alcools polyatomiques, d'acides-alcools, de sucres et, en général, de toute substance qui contient dans sa molécule des oxhydriles alcooliques. Il se forme dans ces conditions, en présence d'un excès d'alcali, des combinaisons complexes, stables seulement en solution et dont la couleur varie du bleu au rouge violacé.

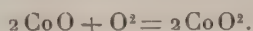
Les combinaisons cobalto-glycérique, mannitique, érythritique s'oxydent rapidement à l'air; les combinaisons lactique, malique, tartrique, plus difficilement; la combinaison citrique ne s'oxyde que sous l'action de l'eau oxygénée. La tendance à l'oxydation paraît ainsi dépendre du nombre et de la nature des groupes OH de la molécule organique.

Dans tous les cas, l'oxydation conduit à des solutions vertes qui tendent à se décomposer spontanément en donnant du sesquioxyde, ou à se réduire en oxydant la matière organique. Les combinaisons cobalto-glycérique et cobalto-lactique sont cependant très stables.

Si la concentration en soude de la liqueur est suffisante pour assurer la stabilité du complexe, la quantité d'oxygène absorbé tend vers une limite qui correspond à 1^{at} d'oxygène pour 1^{at} de cobalt; à ce moment le métal se trouve à l'état trivalent.

Manchot ⁽¹⁾, le premier, a signalé cette particularité dans le cas de l'oxydation par l'air du cobalto-cyanure; Job ⁽²⁾ a fait une remarque semblable en étudiant l'oxydation des liqueurs cobalto-tartriques. L'oxydation par l'air des combinaisons cobaltiques complexes dans lesquelles le cobalt est engagé dans un ion électronégatif exige donc toujours une quantité d'oxygène double de celle qui est nécessaire pour amener le métal à l'état trivalent.

Engler, puis Job ont émis l'idée que ce fait pourrait être expliqué en admettant qu'il se forme transitoirement un bioxyde de cobalt suivant le schéma



La réaction d'oxydation serait alors trimoléculaire ou dimoléculaire si l'on suppose constante la concentration en oxygène.

Nous avons mesuré la vitesse d'oxydation des complexes cobaltiglycérique et lactique en dosant, par la méthode de Job, les quantités d'oxygène fixées sur le cobalt après des temps connus. L'oxydation était réalisée en pulvérisant, à l'intérieur de la liqueur, un vif courant d'air dont la vitesse était maintenue constante. Si l'on suppose que la concentration en oxygène demeure invariable pendant toute la durée de l'expérience, on peut appliquer les lois de la cinétique chimique établies pour les réactions en milieu homogène. On n'obtient une constante satisfaisante pour les coefficients de vitesse, qu'en admettant que l'oxydation se fait suivant une réaction monomoléculaire.

Avec une solution cobalto-glycérique contenant par litre : 3^{molg}, 2 de glycérine, 2^{molg}, 5 de soude et 6^g, 34 de SO⁴Co, nous avons obtenu, à 12°, 5, les résultats suivants :

Temps. m	x .	$K_1 = \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$.	$K_2 = \frac{1}{t} \frac{x}{a(a-x)}$.
92.....	2,22	0,0044	0,00085
127.....	3,05	0,0049	0,00104
164.....	3,27	0,0042	0,000924
361.....	5,05	0,0041	0,00142
396.....	5,50	0,0046	0,00202
Moyenne : 0,0044			

a est la quantité d'oxygène, exprimée en milligrammes, qui correspond à l'oxydation totale du cobalt contenu dans 20^{cm³} de solution ($a = 6,55$).

(1) MANCHOT et HERZOG, *Ber. d. d. chem. Gesell.*, t. XXIII, 1900, p. 1742.

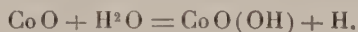
(2) JOB, *Comptes rendus*, t. 144, 1907, p. 1045.

x est la quantité d'oxygène fixée par 20^{cm} de la liqueur au moment du dosage.

Avec une concentration en sel de cobalt de 4^g,26 par litre, on obtient pour K_1 , toutes choses égales d'ailleurs, 0,0048, valeur très voisine de la précédente. La vitesse d'oxydation, mesurée dans les conditions qui viennent d'être décrites, n'est donc pas une vitesse de régime, et l'on peut lui attribuer une signification chimique précise.

La valeur de la constante décroît très vite quand la concentration en soude augmente faiblement; elle passe de 0,015 à 0,0087 et 0,0044 lorsque l'on fait varier la concentration en soude de 2,04 à 2,28 et 2,52 molécules-gramme par litre.

Manchot et Herzog (1) ont établi que l'oxydation par l'air du cobalto-cyanure se fait aussi suivant une réaction monomoléculaire. D'après ces auteurs, l'oxydation du complexe cobalteux aurait lieu aux dépens de l'eau conformément à l'équation schématique



L'hydrogène atomique s'unirait ensuite à l'hydrogène pour donner de l'eau oxygénée. De plus, le cobalto-cyanure peut s'oxyder en l'absence d'oxygène, soit à chaud, soit en présence de platine platiné, et il se dégage de l'hydrogène.

Nous n'avons pu mettre en évidence un tel dégagement de gaz dans le cas des solutions cobalto-organiques; cependant le mécanisme de leur oxydation semble se rapprocher beaucoup plus de celui du cobalto-cyanure que de celui des solutions ammoniacales de cobalt. Dans ce dernier cas, il se forme avec l'oxygène une combinaison d'addition $\text{Co}^2\text{O}^2(\text{NH}^3)^{10}\text{X}^4$, susceptible d'être séparée à l'état solide et la réaction, complète dans certaines conditions de concentration, paraît être dimoléculaire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence de la gentiopicine, du gentianose et du saccharose dans les racines fraîches de la Gentiane ponctuée.* Note de M. MARC BRIDEL, présentée par M. E. Jungfleisch.

La gentiane ponctuée (*Gentiana punctata* L.) est, de toutes les grandes gentianes, celle qui se rapproche le plus, par son aspect général, de la gentiane jaune (*Gentiana lutea* L.), avec laquelle on peut la confondre.

(1) MANCHOT et HERZOG, *Zeits. anorg. Chem.*, t. XXXVII, 1901, p. 397.

Si les caractères de la fleur permettent de différencier sûrement ces deux plantes, il est, par contre, absolument impossible de différencier l'une de l'autre leurs racines, séparées des tiges : même couleur, même taille, même aspect.

J'ai récolté moi-même les racines qui m'ont servi dans ce travail, de façon à être sûr de leur origine. 1900^g de racines fraîches, arrachées au Lautaret, le 23 août 1912, ont été traitées à Paris, 3 jours après leur récolte, par l'alcool bouillant, suivant les indications de la méthode biochimique de M. Bourquelot (¹).

Voici les résultats de l'essai à l'invertine et à l'émulsine sur un extrait liquide, aqueux dont 100^{cm} correspondaient à 100^g de racines fraîches :

Rotation initiale ($l = 2$)	$-2^{\circ} 24'$
Rotation après action de l'invertine	$-5 \quad 5$
Rotation après action de l'émulsine.....	$+ \quad 38$
Sucre réducteur initial.....	$0,379^g$
Sucre réducteur après action de l'invertine.....	$2,566$
Sucre réducteur après action de l'émulsine.....	$4,171$

Sous l'action de l'invertine, on a constaté un recul de la déviation gauche de $2^{\circ} 41'$, avec formation de 2^g,187 de sucre réducteur, soit un indice de 810. Cet indice est du même ordre que ceux qu'on a observés dans l'étude des racines de gentiane jaune et de gentiane à feuille d'asclépiade, qui étaient respectivement de 730 et de 790 (²). Ce qui est à retenir ici, c'est que le changement de rotation est faible, étant donnés les changements observés avec les autres gentianes.

Il en est de même du retour produit sous l'action de l'émulsine, qui est de $5^{\circ} 43'$, au lieu de 10° à 12° qu'on a observé avec les plantes citées plus haut. Mais, l'hydrolyse par ce dernier ferment s'étant produite de la même manière, en deux temps, avec un indice faible au début et qui s'est élevé fortement à la fin de la réaction, on peut dire, malgré la faiblesse relative des changements produits, que la composition des racines de gentiane ponctuée doit être sensiblement la même que celle des deux autres gentianes dont il vient d'être question. C'est ce que démontre l'extraction des principes immédiats importants que renferme la racine.

Extraction de la gentiopicroine. — On a traité par l'éther acétique, selon le procédé de M. G. Tanret, l'extrait alcoolique provenant des 1900^g de racines fraîches. On a obtenu ainsi 17^g de gentiopicroine, soit un rendement de 9^g environ par kilogramme. La gentiopicroine, recristallisée dans l'éther acétique, présentait les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Pouvoir rotatoire : } \alpha_D &= -196^{\circ}, 38 \\ (p &= 0,9806 ; v = 50 ; l = 2 ; a = -7^{\circ} 42'). \end{aligned}$$

(¹) EM. BOURQUELOT, *Comptes rendus*, t. 133, 1901, p. 690.

(²) MARC BRIDEL, *Comptes rendus*, t. 153, 1912, p. 1164.

Sous l'action de l'émulsine, l'hydrolyse de la solution ayant servi à déterminer le pouvoir rotatoire s'est faite rapidement, et il s'est déposé de la gentiogénine donnant la coloration bleue caractéristique de ce composé.

Extraction du gentianose. — On a suivi exactement le procédé indiqué pour l'extrait de *Gentiana Asclepiadea* L. (1). On a obtenu 12^g de produit cristallisé qu'on a purifié par cristallisation dans l'alcool à 80°. Les cristaux obtenus ont été identifiés avec le gentianose par leur pouvoir rotatoire : $\alpha = + 31^{\circ},35$

$$(p = 0,3030 ; \nu = 15 ; l = 2 ; \alpha = + 1^{\circ}16').$$

Extraction du saccharose. — On a réuni les liquides alcooliques qui avaient fourni le gentianose brut, et on les a concentrés à un demi-volume. Il s'est fait, lentement, une nouvelle cristallisation. On a obtenu ainsi 7^g d'un produit légèrement brun, possédant un pouvoir rotatoire de $+ 53^{\circ},3$. On l'a traité par 200^{cm³} d'alcool à 95° bouillant.

Le saccharose a cristallisé : on a recueilli 2^g,60 de cristaux que le pouvoir rotatoire identifie sûrement avec le saccharose.

$$\text{Pouvoir rotatoire : } \alpha_D = + 66^{\circ},46$$

$$(p = 0,3166 ; \nu = 25 ; l = 2 ; \alpha = + 1^{\circ}41').$$

En résumé, comme avec les racines de *Gentiana Asclepiadea* L., on a réussi à obtenir, à l'état pur et cristallisé, la gentiopicroine, le gentianose et le saccharose.

Les résultats observés dans l'essai biochimique, notamment les indices élevés, s'expliquent d'une façon identique par la présence démontrée de ces composés et par la présence supposée d'un sucre nouveau.

PHYSIOLOGIE. — *Action des combinaisons arséno-aromatiques* (606 et néo-salvarsan) *sur l'hémoglobine du sang*. Note de M. R. DALIMIER, présentée par M. Dastre.

Jusqu'ici on ne s'est occupé que de l'action des combinaisons arséno-aromatiques sur le taux de l'hémoglobine du sang au cours des injections intra-veineuses.

J'ai pensé qu'il serait intéressant de rechercher l'action de ces combinai-

(1) *Loc. cit.*

sons (606 et néo-salvarsan), sur l'état de cette hémoglobine elle-même (oxydée ou réduite).

Voici ce que j'ai observé :

I. Dioxydiamido-arséno-benzol ou « 606 ».

J'ai expérimenté comparativement le salvarsan d'Erlich et l'arséno-benzol Billon, qui m'ont donné les mêmes résultats, sauf sur un point accessoire.

A. *In vitro* : en milieu isotonique, le dioxydiamido-arséno-benzol, préparé comme à l'habitude pour l'injection intra-veineuse, n'a déterminé aucune modification appréciable de l'oxyhémoglobine, même après 17 heures de contact. Pas de réduction, pas de transformation de l'oxyhémoglobine et pas d'hémolyse; en milieu hémolytique, les résultats ont été les mêmes, sauf en ce qui concerne l'arséno-benzol Billon qui, après 17 heures de contact, a montré une tendance légère à la réduction de l'oxyhémoglobine. Cette constatation, faite dans les conditions ci-dessus indiquées, n'a d'ailleurs aucune conséquence au point de vue pratique.

B. *In vivo* : j'ai expérimenté sur le sang d'un malade qui avait reçu une première injection intra-veineuse 4 jours auparavant (0^{es},40) et qui, 5 heures avant la prise de sang, avait subi sa deuxième injection (0^{es},50) : il était à ce moment en pleine crise thérapeutique avec céphalalgie, nausées, diarrhée et fièvre à 38°,5. L'examen spectroscopique, fait immédiatement, a montré l'oxyhémoglobine absolument normale et l'absence complète d'hémolyse.

II. Dioxydiamido-arséno-benzol-monométhylène-sulfoxylate de soude ou néo-salvarsan.

A. *In vitro* : le néo-salvarsan a une action très marquée sur l'hémoglobine du sang; en poudre, il réduit en une minute l'oxyhémoglobine. Il y a hémolyse; en solution usuelle, telle que le prescrit Erlich (0^{es},30 dans 50^{cm³} d'eau distillée), il suffit de 2^{cm³} pour hémolyser 5^{cm³} de sang; avec 10^{cm³} de solution, on réduit l'oxyhémoglobine de 5^{cm³} de sang.

B. *In vivo* : j'ai expérimenté sur le lapin. Un lapin de 2^{kg},265 reçoit dans la veine marginale de l'oreille 0^{es},10 de néo-salvarsan solubilisés dans 20^{cm³} d'eau distillée, le sang est recueilli de minute en minute, après l'injection, par l'aiguille restée en place.

Les tubes I, III, IV, V, VI ne présentaient rien d'anormal; seul le tube II a révélé une hémolyse partielle, mais nette, vérifiée d'ailleurs à la centrifugation. Aucun des six tubes n'a montré au spectroscope de modifications de l'oxyhémoglobine.

Enfin des examens de sang, pratiqués sur ce lapin une demi-heure et 24 heures après l'injection, ont montré une hémoglobine absolument normale.

CONCLUSIONS. — 1° Le dioxydiamido-arséno-benzol ou « 606 » paraît dépourvu de toute action sur l'hémoglobine du sang, aussi bien *in vitro* qu'*in vivo*.

2° Le *dioxydiamido-arséno-benzol-monométhylène-sulfoxyrate de soude* ou *néo-salvarsan* a une action assez marquée sur l'hémoglobine.

In vitro, il *hémolyse* le sang dans des proportions très importantes, et il *réduit* l'oxyhémoglobine. Il y a tout lieu de penser que ces deux propriétés lui viennent de la présence du groupe «sulfoxy» ajouté par Erlich au salvarsan dans un but de solubilisation plus facile du produit et qui, d'une manière générale, est, chimiquement, un réducteur actif.

In vivo, la *réduction* ne se produit pas et l'*hémolyse* est extraordinairement fugace. Néanmoins, il y a lieu de supposer que, chez certains malades présentant de la fragilité globulaire ou de l'ictère hémolytique, l'utilisation du néo-salvarsan pourrait avoir des inconvénients; ses propriétés hémolytiques et réductrices pourraient entrer pour une part plus ou moins grande dans la genèse des accidents qu'on a signalés à l'actif du néo-salvarsan.

CYTOLOGIE. — *La télophase et la prophase dans la caryocinèse somatique.*

Note de M. V. GRÉGOIRE, présentée par M. Guignard.

L'interprétation que nous avons proposée, en 1903 et 1906, pour les phénomènes de la télophase et de la prophase, dans les objets à chromosomes assez volumineux, a rencontré plusieurs oppositions.

Deux interprétations surtout ont été publiées, qui s'écartent de la nôtre dans deux directions tout à fait opposées. Pour certains auteurs, nos aspects de bandes alvéolaires ou réticulaires de la télophase traduisent, en réalité, le premier début d'un authentique clivage longitudinal, préparant, dès lors, les chromosomes-filles de la cinèse suivante, sous la forme de *deux filaments* parallèles ou entrelacés. Pour d'autres, au contraire, les aspects télophasiques correspondent à la production, au sein du chromosome-fille, d'un filament chromatique *unique*, spiralé, indivis, ébauche précoce du chromosome de la prophase suivante. La question méritait un examen nouveau, dans divers objets et à l'aide de méthodes critiques (fixations comparées et procédés d'observation les plus parfaits). Aussi, pendant que nous reprenions nous-même l'étude du *Trillium*, du *Galtonia*, de l'*Allium*, nous avons confié à M. H. Muckermann l'examen des Batraciens, à M. Lester W. Sharp celui du *Vicia faba*, à M. Desmet celui du *Crepis virens*. Ces diverses recherches ont fourni des résultats concordants qui confirment, dans ses points essentiels, notre interprétation antérieure et que nous voulons résumer dans cette Note préliminaire ⁽¹⁾.

Télophase. — Les transformations des chromosomes-filles comportent des

(1) Les travaux *in extenso* paraîtront dans *La Cellule*.

phénomènes d'alvéolisation, de réticulisation, de creusement de la substance chromosomique : ils débutent parfois à un stade précoce, dès la métaphase ou même la prophase (*Trillium*). Dans un chromosome télophasique ainsi réticulisé, la substance figurée se trouve répartie suivant des dispositions fort variées : certaines de celles-ci présentent l'apparence d'un filament spiralé unique, mais d'autres, plus fréquentes, donnent l'impression de deux filaments chromatiques parallèles. Seulement, une observation plus délicate montre que ce ne sont là que des aspects d'une vraie réticulisation, réalisés d'ailleurs côte à côte dans un même chromosome. Ce ne sont que des modalités du phénomène essentiel, et celui-ci consiste en ce que chaque chromosome devient un réseau élémentaire, dans lequel la répartition de la substance figurée n'est réglée que par le caprice du creusement qu'a subi le chromosome lui-même. Une étude attentive et complète des images télophasiques suffit donc à montrer qu'il ne s'agit là ni de la formation endogène d'un filament spiralé, ni d'une vraie bipartition longitudinale des chromosomes-filles. On ne pourrait, dans nos objets, adopter l'une ou l'autre de ces deux interprétations qu'en schématisant et en généralisant certains aspects partiels des chromosomes. Seulement, c'est l'étude de la prophase qui nous éclairera définitivement sur la véritable portée des phénomènes télophasiques.

Prophase. — Dans nos objets, les chromosomes reparaissent, après l'*interphase*, non pas sous la forme de filaments régulièrement spiralés, ainsi que Bonnevie le décrit pour l'*Allium*, mais bien sous la forme de bandes plus ou moins réticulaires; la substance figurée s'y trouve encore fort capricieusement répartie autour des mailles, et, si certains aspects donnent l'impression d'une ligne chromatique spiralée, d'autres, au contraire, simulent, à première vue, un ruban double. Ce stade de bandes est très clair. Mais, d'autre part, il n'est pas moins évident qu'il est suivi d'un autre stade, où chaque bande initiale donne naissance à un filament mince, long, contourné plus ou moins en zigzag (plutôt qu'en spirale) et indivis, du moins au début de sa formation. Ce filament ne résulte d'ailleurs, ni d'une différenciation endogène de la bande, ni d'un rapprochement étroit des deux bords d'une bande double; il provient simplement, ainsi que nous l'avons décrit, de la répartition de plus en plus régulière de la substance chromosomique suivant certaines travées longitudinales et transversales de la structure primitive des bandes réticulées. C'est ce filament mince qui, à peine formé, subit la bipartition longitudinale, et celle-ci, contrairement à

l'opinion de Bonnevie, persiste durant toute la prophase pour devenir efficace à la métaphase.

Le fait même que *des filaments indivis en zigzag se produisent*, au second stade de la prophase, montre que les cavités des bandes prophasiques initiales et, *a fortiori*, celles des bandes télophasiques, ne peuvent, en aucune façon, être considérées comme la préparation de la division longitudinale authentique des chromosomes. La bipartition longitudinale est un phénomène prophasique. Les auteurs, qui font remonter son apparition jusqu'à la télophase précédente, ont négligé le stade important des filaments *zigzagants* indivis et schématisé les aspects de bandes. Mais, d'autre part, le fait que les filaments en zigzag *succèdent* à des bandes *prophasiques* et en proviennent de la façon que nous avons dite, montre que les aspects télophasiques ne représentent pas la préparation de chromosomes spiralés, en vue de la cinèse suivante. C'est le stade de bandes que Bonnevie a négligé d'approfondir, en schématisant en outre les aspects de zigzag. Les deux interprétations que nous rejetons, et entre lesquelles la nôtre se maintient comme dans une voie moyenne, se réfutent donc l'une par l'autre ou, mieux, doivent se compléter l'une par l'autre.

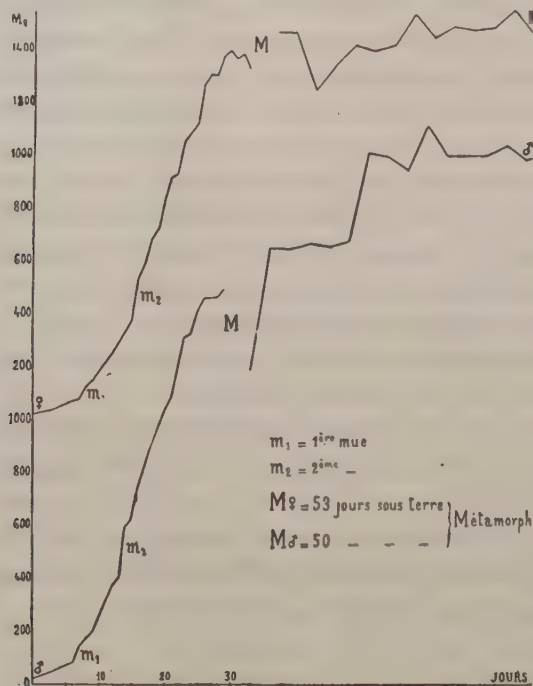
Ces recherches nouvelles ont aussi confirmé nos conclusions antérieures sur l'absence de spirème continu, à la télophase où à la prophase, sur l'absence de chromomères et sur d'autres points. Ajoutons enfin que le mode de formation des filaments en zigzag, aux dépens de bandes réticulaires, contredit l'interprétation nouvelle de Della Valle, expliquant ces aspects par un enchaînement de cristaux liquides de chromatine.

ENTOMOLOGIE. — *Observations sur l'évolution post-embryonnaire du Dytique bordé*. Note de M. L. BOUNOURE, présentée par M. E.-L. BOUVIER.

Pendant l'hiver 1912, j'ai élevé un grand nombre de larves de *Dytiscus marginalis*, provenant d'œufs pondus au laboratoire même. Ces larves, placées isolément dans de petites cuves, furent nourries exclusivement de vers de vase (larves de *Chironomus plumosus*) jusqu'à leur métamorphose. Plusieurs d'entre elles subirent normalement leur transformation. Larves et adultes furent pesés régulièrement, avec des précautions spéciales sur lesquelles je ne peux m'étendre ici. La figure ci-après reproduit les courbes de croissance relatives à deux Dytiques, un ♂ et une ♀, courbes d'ailleurs

tout à fait semblables, comme allure générale et comme particularités, à celles obtenues pour les autres individus.

Évolution générale. — Abstraction faite de la discontinuité introduite par la métamorphose, chacune de ces courbes, dans son ensemble, affecte la forme qui, d'après Houssay (1907), caractérise l'évolution de tout



organisme : « Concavité d'abord supérieure, point d'inflexion, concavité inférieure, tendance terminale à l'horizontale. »

Ce qui est caractéristique de l'insecte métabole, c'est la concordance presque complète de la phase de croissance avec la vie larvaire ; celle-ci, chez le Dytique, est relativement très courte : il s'est écoulé seulement de 30 à 35 jours entre l'éclosion de mes larves et le moment où elles se sont enterrées pour la métamorphose. La croissance est donc ici extrêmement rapide, fait attribuable à l'alimentation carnivore, ainsi qu'il ressort de la comparaison avec les Coléoptères végétariens, et des expériences de Roques (1911) sur *Limnophilus*.

Mues. — La larve mue deux fois (ce nombre étant d'une fixité absolue) :

la première mue a lieu entre le septième et le dixième jour de la vie larvaire; la deuxième mue, une semaine plus tard. La quantité de chitine rejetée chaque fois est très faible (respectivement 1^{mg} et 3^{mg}).

Aux mues correspondent des augmentations de poids un peu plus accusées, mais cette accélération de la croissance lors de la mue est faible et n'introduit pas, dans la courbe, de discontinuités très marquées. La plus grande partie de la croissance s'effectue en dehors des périodes de mue, l'animal doublant ou même triplant presque son poids et sa taille entre la deuxième mue larvaire et la mue nymphale. La mue ne me paraît donc pas avoir l'importance qu'on lui attribue d'ordinaire pour la croissance.

Métamorphose. — Ayant traversé la période d'*asitose* terminale de sa vie larvaire, période où le plus souvent son poids s'abaisse pendant plusieurs jours, l'insecte gagne le sol ferme, s'y enfouit et se creuse à 3^{cm}-5^{cm} de profondeur une petite logette où il subit la métamorphose. Il ressort à l'état d'imago, au bout de 50 jours en moyenne, sur lesquels 35 ont été consacrés à la vie nymphale.

A sa sortie de terre, l'insecte accuse le plus souvent *une augmentation de poids*, bien qu'il n'ait, de 50 jours, consommé aucune nourriture. Le Tableau suivant rend compte des variations de poids subies par six Dytiques, qui se sont normalement métamorphosés au laboratoire :

Sexe.	Temps passé sous terre.	Poids		Différence.
		avant la métamorphose.	après la métamorphose.	
	jours	mg	mg	mg
♀	45	1305	1426	+ 121
♀	50	1372	1421	+ 49
♀	48	1348	1428	+ 80
♀	53	1325	1466	+ 141
♀	51	1368	1504	+ 164
♂	50	1498	1586	+ 312

Les chiffres de la dernière colonne expriment la résultante de deux phénomènes inverses : d'une part, une perte de poids due aux combustions respiratoires, au rejet de deux cuticules, etc.; d'autre part, une augmentation qui compense plus ou moins ces pertes, et se traduit ici le plus souvent par un gain positif. Un tel gain a été déjà constaté chez les Lépidoptères par la comtesse de Linden, et cet auteur a démontré qu'il correspondait à un enrichissement en matériel organique, que décèle l'analyse chimique,

et qui résulte d'un emprunt de C au CO² atmosphérique, les nymphes d'insectes pouvant assimiler ce dernier gaz comme les plantes à chlorophylle (¹). Il est permis de penser que cette assimilation est un fait très général, mais habituellement masqué par la prédominance des phénomènes antagonistes.

HISTOLOGIE. — *Les corps figurés du protoplasme des œnocytes des Insectes.*

Note de M. A.-CH. HOLLANDE, présentée par M. Henneguy.

Les œnocytes des Insectes présentent fréquemment dans leur cytoplasme des éléments figurés. J'ai pensé qu'une analyse microchimique de ces éléments pourrait fournir quelques renseignements sur la nature de ces « cellules énigmatiques, dont le rôle, dit Ch. Pérez (1911), est encore à trouver, mais dont l'existence est trop générale pour ne pas correspondre à une fonction de première importance pour les Insectes ».

Les éléments figurés sont, suivant l'âge des cellules : 1° des grains ronds, très petits et brillants; 2° des vacuoles à contenu difficilement perceptible; 3° des grains souvent anguleux, pigmentés en vert, marron ou jaune; 4° des cristaux le plus souvent incolores.

Les petits grains brillants apparaissent comme des grains de sécrétion; les vacuoles, chez les jeunes œnocytes larvaires ou imaginaires, renferment du glycogène que met bien en évidence la solution aqueuse d'iode de potassium iodurée; ce glycogène disparaît des œnocytes larvaires au moment de leur résorption durant la métamorphose.

Les grains pigmentés ne se rencontrent pas dans les œnocytes de tous les Insectes; chez ceux dont les œnocytes sont pigmentés, le pigment fait défaut chez l'œnocyte jeune; ce n'est que lorsque son protoplasme a acquis la teinte uniforme et très prononcée du pigment qui lui est propre, que ce pigment devient figuré sous la forme de grains anguleux; au fur et à mesure que ces éléments prennent naissance, le protoplasme de l'œnocyte se décolore.

Le grain pigmenté est formé de deux substances fondamentales : le pigment et son substratum.

Le pigment varie avec les espèces considérées; bien que présentant la même teinte, il peut se comporter différemment vis-à-vis des réactifs. Chez un certain nombre d'Insectes (*Vanessa urticae* Lin., *Vanessa io* Lin., *Cetonia aurata* Lin., *Oxythyrea stictica* Lin., etc.), le pigment, qui est

(¹) M. VON LINDEN; *Die Assimilationstätigkeit bei Schmetterlingspuppen*, 1911.

jaune, bleuit au contact de l'acide sulfurique, bleuit également en présence de la solution aqueuse d'iodure de potassium iodurée, fournit la réaction de Gmelin avec l'acide azotique chargé de vapeurs nitreuses; ce pigment est soluble dans les solvants des corps gras; il est identique à celui qui colore les gouttes de graisses des cellules adipeuses de ces mêmes Insectes: c'est un lipochrome présentant les réactions de la zoonérythrine.

Le substratum des grains pigmentés est, de même que le pigment qu'il dissout, soluble dans les solvants des graisses: éther, chloroforme, sulfure de carbone; soluble également dans les bases: soude, potasse, ammoniacque, les savons alcalins; insoluble dans l'alcool éthylique à 96° et dans l'acétone; il ne se colore pas par le tétraoxyde d'osmium; il est en outre fusible à une douce température; il se répand alors dans tout le protoplasme cellulaire, entraînant avec lui le lipochrome qu'il dissout; l'œnocyte reprend ainsi l'aspect qu'il avait avant la formation des grains pigmentés.

In vitro, les grains pigmentés se colorent électivement par le rouge neutre, le bleu de méthylène et le brun de Bismarck en solutions aqueuses très étendues; ils ne présentent pas à froid de coloration avec le sudan III, le scarlach ou l'alkanine en solutions alcooliques. On obtient les mêmes résultats en faisant ingérer par l'Insecte, avec sa nourriture, ces matières colorantes. Il ne s'agit pas d'excrétion par l'œnocyte, mais simplement de phénomènes de teinture d'une substance lipoïde capable de dissoudre ces colorants.

Les cristaux incolores sont généralement filamenteux, diversement incurvés, rarement lamellés; leur aspect est celui des acides gras.

J'ai observé ces cristaux chez un grand nombre d'Insectes; ils sont entre autres bien visibles chez les œnocytes larvaires âgés des Lépidoptères: *Vanessa Io* Lin., *V. urticae* Lin., *Arctia villica* Lin., divers *Grapholita* des pois; des Hyménoptères: *Nematus* divers; des Coléoptères: *Phytonomus arator* Lin., divers *Carabidae*; on les retrouve également à certains états chez les œnocytes imaginaires de Diptères: *Scatophaga stercoraria* Lin., *Scatophaga merdaria* Fabr.; de Coléoptères: *Aphodius finetarius* Lin., et autres *Aphodius*, *Cetonia aurata* Lin.; d'Orthoptères: *Ephippiger terrestris* Lin., etc.

Au point de vue microchimique, ces œnocytes ne fournissent pas la réaction de la cholestérine ($\text{Io} + \text{SO}^3\text{H}^2$), ni celle de la murexide ($\text{AzO}^3\text{H} + \text{AzH}^3$); ils sont insolubles dans les acides sulfurique, chlorhydrique, azotique, acétique; également insolubles dans les bases (KOH, NaOH, AzH^3), les savons alcalins, la solution aqueuse de CO^3Na^2 ; insolubles dans l'alcool à 96°, dans l'acétone; plus ou moins solubles, le plus

souvent insolubles dans l'alcool potassique à froid; ils sont au contraire très solubles dans l'éther sulfurique, le chloroforme, le xylol; le tétraoxyde d'osmium est sans action sur eux, même après passage à l'alcool; ils ne se colorent pas à froid par le sudan III, le scarlach et l'alkanine en teintures alcooliques ou acétiques; ils sont fusibles à une faible température. Tous ces caractères permettent de considérer ces cristaux comme étant des cristaux de cire. En aucun cas, il ne s'agit d'urates ou de bases puriques.

J'indiquerai dans un prochain Mémoire le résultat des diverses expériences que j'ai entreprises sur les œnocytes des Insectes en vue de rechercher le rôle physiologique de ces cellules qui apparaissent déjà comme des cellules de réserve (glycogène) et cellules à cire.

BACTÉRIOLOGIE. — *Suspension dans l'air des particules virulentes obtenues par la pulvérisation liquide.* Note de M. P. CHAUSSÉ, présentée par M. E. Roux.

La transmission de la tuberculose par inhalation est expliquée aujourd'hui soit par les particules sèches (Cornet), soit par les particules liquides, ces dernières pouvant être inhalées avant ou après dessiccation dans l'atmosphère (Flügge). Mais, si l'on recherche sur quelles bases reposent l'une et l'autre de ces conceptions, on est frappé de ne voir produire à leur appui aucun document expérimental démonstratif.

Nous proposant de rechercher spécialement les conditions de la contagion par les voies respiratoires, nous avons dû déterminer, au préalable, certaines propriétés des particules obtenues par la pulvérisation liquide. Les notions préliminaires indispensables à une discussion aussi complexe nous ont été fournies par la méthode des pulvérisations colorées : dans une salle de 60^{m³}, ou dans une autre de 13^{m³}, nous avons pulvérisé, à l'aide de l'appareil de Richardson, dans des conditions variables, une solution aqueuse de violet de méthyle 6B. On aura une idée de l'énergie mise en œuvre, pour réaliser la division fine du liquide, lorsque nous aurons dit que la vitesse de l'air, calculée d'après le débit et la section de l'orifice pulvérisant, atteint en ce point environ 150^m par seconde. Le jet d'air projette les particules horizontalement; on obtient une projection horizontale et circulaire en faisant mouvoir l'appareil, pendant l'opération, autour d'un axe vertical. Dans nos recherches, la pulvérisation a généralement été pratiquée à 2^m au-dessus du sol.

Les gouttelettes et particules colorées peuvent être recueillies sur des feuilles de papier, sur des lames de verre ou dans des récipients; en les dissolvant par l'alcool, il est possible d'en déterminer la densité dans les diverses parties du local, par le procédé colorimétrique.

1° *Morphologie et dimensions.* — Si l'on recueille les particules sur une lame de verre chauffée, à une faible distance de l'orifice de pulvérisation, de manière à les fixer instantanément, et si on les examine au microscope, on constate qu'on a affaire à des sphérules et non à des vésicules; leurs dimensions varient environ de 2^{μ} à 2000^{μ} . Les propriétés de particules aussi différentes par leur masse ne sauraient être identiques.

2° *Transportabilité.* — Au point de vue de la transportabilité, il faut distinguer des particules extrêmement fines (2^{μ} à 15^{μ}), des particules de dimensions moyennes (15^{μ} à 200^{μ}) et des gouttelettes relativement volumineuses (200^{μ} à 2000^{μ}).

Sous l'influence de l'impulsion initiale, les grosses particules sont projetées jusqu'à 1^m, 50 ou 2^m. La vitesse de l'air ayant réalisé la pulvérisation s'abaisse très rapidement; les grosses gouttelettes continuent leur trajet en raison de leur force vive, qui leur permet de franchir rapidement les premières couches aériennes.

Les particules moyennes ont une force vive beaucoup plus faible (on sait que celle-ci est proportionnelle au cube du rayon, tandis que la résistance opposée par l'air est en rapport avec le carré de ce rayon); leur impulsion est bientôt neutralisée par la résistance de l'air et elles tombent à la distance maxima de 1^m, 25 environ.

Fait qui semble en contradiction avec ce qui précède, les particules les plus fines sont portées aux plus fortes distances: leur masse est à peu près nulle et leur force vive est immédiatement compensée par la résistance de l'air. Pour la même raison, sous l'action de la pesanteur, leur chute est extrêmement lente, et, durant tout ce temps, elles sont transportées par le remous aérien qui se propage dans toutes les directions à partir de l'orifice de pulvérisation. On peut mettre ces particules en évidence jusqu'à la distance de 6^m à 10^m; ce sont elles qui sont éminemment transportables et intéressantes au point de vue des virus.

La méthode colorimétrique montre en outre la décroissance rapide de la densité des particules très fines à partir de la source d'émission.

3° *Temps de suspension déterminé par la méthode colorimétrique.* — Pour

déterminer le temps de suspension, nous avons disposé, dans notre local de 13^m, un pulvérisateur central et tournant, à une hauteur de 2^m. Sous celui-ci, à diverses distances, étaient des récipients en verre recevant la pulvérisation totale, tandis que d'autres récipients semblables, enfermés dans des boîtes métalliques étanches, pouvaient être découverts de l'extérieur un certain temps après la pulvérisation, de façon à recevoir ce qui restait en suspension.

De cette hauteur on constate que toutes les particules de 200^µ à 2000^µ tombent en 5 secondes au plus; après 40 à 60 secondes, il ne reste que les particules extrêmement fines.

La méthode colorimétrique permet enfin d'exprimer, par rapport à la quantité totale pulvérisée, la proportion de couleur restant suspendue après divers délais, jusque vers la deuxième heure qui suit la dispersion du liquide coloré. La quantité suspendue est :

Après 1 minute....	$\frac{1}{12}$	Après 40 minutes....	$\frac{1}{400}$
» 5 minutes....	$\frac{1}{18}$	» 60 » ...	$\frac{1}{1004}$
» 10 » ...	$\frac{1}{55}$	» 80 » ...	$\frac{1}{1700}$
» 20 » ...	$\frac{1}{108}$	» 100 » ...	$\frac{1}{3000}$

Au delà de ce délai la colorimétrie ne décèle plus aucune trace de couleur, et l'on peut croire que tout le produit est déposé.

4° *Temps de suspension déterminé avec le virus tuberculeux.* — Nous avons pulvérisé à diverses reprises, dans le même local et avec le même dispositif, du virus tuberculeux dilué; des cobayes ont reçu la pulvérisation totale tandis que d'autres, renfermés dans des boîtes étanches et ouvrables de l'extérieur, étaient exposés à divers délais après la pulvérisation.

Par ce moyen nous avons constaté qu'il faut attendre environ 7 heures pour que les cobayes, exposés à respirer l'air précédemment pollué, restent sains.

5° *Rapports entre le temps de suspension et la transportabilité.* — Le temps de suspension prolongé et la grande transportabilité sont dus à la dessiccation instantanée des particules extrêmement fines; la masse de celles-ci, déjà très faible, se trouve encore réduite du fait de l'évaporation du liquide. C'est pourquoi lesdites particules franchissent si difficilement les couches aériennes et se déposent avec une lenteur extrême; c'est pourquoi aussi elles sont mobilisables par le moindre courant aérien; elles pourront donc être transportées à des distances considérables et répandre la contagion; mais ici la dilution intervient pour diminuer le danger.

En ce qui concerne le virus tuberculeux, les particules transportables et douées de la plus grande flottabilité sont en réalité des bacilles à peu près isolés; pour se prononcer sur les modes de la contagion de cette affection, il faut rechercher si le malade peut répandre de telles particules.

Les propriétés que nous venons d'indiquer s'appliquent d'autre part aux particules inertes et à tous les virus, mais particulièrement aux germes pathogènes par inhalation.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur le Proteus vulgaris considéré comme producteur d'indol.* Note de M. ALBERT BERTHELOT, présentée par M. Roux.

Jusqu'en 1906, la faculté de produire de l'indol dans les milieux de culture convenablement choisis a toujours été considéré comme un caractère constant du *Proteus vulgaris* Hauser. F. A. Steensma observa le premier que le distillat des cultures de certaines races ne contenait pas d'indol, alors que les cultures mêmes prenaient une coloration rose par addition de nitrite de potassium et d'acide sulfurique.

Cinq ans après C. A. Herter et C. Ten Broeck, après avoir examiné seulement deux échantillons, indiquèrent que le *Proteus* produit à la fois de l'indol et de l'acide indolacétique; dans un travail paru à peu près à la même époque, Cantù considère simplement ce microbe comme un producteur d'indol et, bien qu'il en ait étudié plus de 180 échantillons, il ne dit pas en avoir trouvé qui n'ait pas ce caractère. En 1912, L. Gauthier, se basant sur l'examen de deux races, publia que les cultures de *Proteus* dans une solution de peptone pancréatique contiennent toujours de l'indol au bout de 12 heures. Enfin, quelques mois plus tard, J. J. van Loghem et J. C. W. van Loghem Pouw, après avoir étudié 30 échantillons, confirmèrent les résultats obtenus par Steensma et crurent bien faire de considérer comme représentants d'une espèce à part, *Bacillus proteus anindologenes*, les *Proteus* ne donnant pas d'indol.

En présence d'une telle confusion il m'a semblé utile de déterminer, d'une manière aussi précise que possible, quelle est la valeur réelle de la fonction indologène comme caractère spécifique du *Proteus vulgaris*. J'exposerai en détail, dans les *Annales de l'Institut Pasteur*, les méthodes de recherches que j'ai utilisées; je me contenterai d'indiquer ici que j'ai surtout employé comme milieu de culture un liquide nutritif à base de sels, de tryptophane et de gélatine (1), et que, bien entendu, je n'ai jamais

(1) ALBERT BERTHELOT, *Sur l'emploi de milieux chimiquement définis à base de tryptophane* (*Comptes rendus Soc. de Biologie*, 20 avril 1912).

caractérisé définitivement les corps indoliques qu'après les avoir extraits des cultures.

Grâce à la bienveillance de M. Metchnikoff et à l'obligeance de MM. D. Bertrand, Fosse, Legroux et Tissier, j'ai pu examiner 37 échantillons de *Proteus vulgaris* Hauser bien authentiques et provenant d'origines diverses.

Sur des cultures en solutions de peptones pancréatiques de viande ou de caséine, j'ai d'abord constaté que 24 *Proteus* seulement produisaient de l'indol; les autres n'en donnaient point, même au bout de 8 jours de séjour à 37°; mais, par contre, les cultures de quelques-unes de ces dernières races donnaient, au deuxième jour, la réaction colorée qui avait intrigué Steensma et qui est due, comme l'avait bien vu Herter, à la présence d'acide indolacétique. En substituant à la peptone l'ensemble des produits abiurétiques d'hydrolyse acide de la caséine, les résultats ont été les mêmes en ce qui concerne la production d'indol, mais la proportion de corps indoliques était dans tous les cas beaucoup plus grande en même temps que s'accroissait le nombre des échantillons producteurs d'acide indolacétique.

Ceci établi, grâce à un milieu préparé avec du tryptophane très pur que je devais à l'amabilité de M. Hoffmann-La Roche, j'ai pu constater que les *Proteus* qui ne donnaient pas d'indol avaient tous produit de l'acide indolacétique au bout de 4 jours de culture. De plus, j'ai observé que si l'on extrait l'indol des cultures de tous les échantillons qui en produisent, on peut y caractériser ensuite l'acide indolacétique.

Au début de 1912, ayant étudié 24 *Proteus* de diarrhées infantiles, et les ayant de nouveau examinés, dans les mêmes conditions, 8 mois après, j'ai constaté que certains qui produisaient de l'indol ne donnaient plus que de l'acide indolacétique, tandis que d'autres, qui ne donnaient que de ce dernier corps, étaient devenus producteurs d'indol.

Cette variabilité d'action m'a conduit à examiner plus complètement à ce point de vue 6 échantillons pris au hasard et j'ai vu que les variations qui se produisent après de nombreux passages en milieux usuels peuvent être réalisées rapidement dans certaines conditions de culture. En effet, sur une solution de peptone pancréatique à 3 pour 100 des *Proteus* précédemment producteurs d'indol n'ont donné que de l'acide indolacétique, même après 15 jours; au contraire des *Proteus* n'ayant jamais donné d'indol en ont produit au bout de quelques jours dans mon milieu spécial, ne contenant comme sources d'azote qu'une petite quantité de gélatine et 1 à 2 pour 1000

de tryptophane, ainsi que dans une solution de l'ensemble des acides aminés de la caséine. De plus, en laissant séjourner à 37° ces dernières cultures sur tryptophane, je n'y ai plus trouvé au bout de 15 jours que des traces d'acide indolacétique, mais une très forte proportion d'indol avec une faible quantité d'acide indolcarbonique.

Par le même mécanisme que les autres *aérobies* étudiés par Hopkins et Cole, le *P. vulgaris* attaque donc le tryptophane en donnant une série de produits dont la dégradation plus ou moins avancée marque l'intensité de son action sur la molécule aminoïque. Dans certaines cultures très âgées, on peut ne trouver que de l'indol; dans d'autres, en général assez jeunes, il n'y a que de l'acide indolacétique; mais, ce que l'on rencontre le plus souvent, c'est à la fois de l'indol et de l'acide indolacétique. L'action du *Proteus* étant variable non seulement avec les divers échantillons, mais même pour une race donnée, il est impossible de se baser sur la présence ou l'absence d'indol dans les cultures de ce microbe pour le différencier des autres espèces.

Autant que l'on puisse conclure de l'examen de 57 races, tous les *Proteus vulgaris* Hauser sont capables d'attaquer le tryptophane et de produire aux dépens de cet acide aminé au moins de l'acide indol-3-acétique. L'espèce *Bacillus proteus anindologenes* n'a aucune raison d'être et l'on doit considérer comme *Proteus vulgaris* Hauser tout microbe possédant, avec les autres caractères de cette espèce, la propriété de donner, dans un milieu convenablement choisi, soit de l'indol, soit de l'acide indolacétique, ou bien un mélange de ces deux corps.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Données nouvelles sur la réversibilité de l'action fermentaire de l'émulsine.* Note de MM. EM. BOURQUELOT et J. COIRRE, présentée par M. E. Jungfleisch.

La réversibilité des actions fermentaires, qui, jusqu'à ces derniers temps, apparaissait encore comme insuffisamment démontrée, présente un trop grand intérêt en physiologie générale pour que l'on ne cherche pas à accumuler à l'appui de cette théorie toutes les preuves que l'expérience est susceptible de nous fournir.

Comme l'a démontré l'un de nous, en collaboration avec M. Bridel ⁽¹⁾, si l'on fait

(1) *Comptes rendus*, séance du 22 juillet 1912, p. 321.

agir dans l'alcool à 85° de l'émulsine des amandes, d'une part sur l'éthylglucoside β , d'autre part sur du glucose d , il est facile de se rendre compte que la rotation gauche de la solution de l'éthylglucoside va vers la droite, tandis que la rotation droite de la solution de glucose s'abaisse vers la gauche. Or, si l'on a pris soin de préparer les mélanges en expérience de façon que la proportion d'éthylglucoside corresponde exactement à celle du glucose, on verra, au bout de quelque temps, les deux rotations s'arrêter au même point, la rotation finale des deux solutions étant toujours la même pour des concentrations semblables. Il se produit donc un état d'équilibre identique dans les deux cas, ce qui tend bien à prouver que c'est le même ferment qui provoque l'action synthétisante et l'action hydrolysante.

Dans des expériences récentes ⁽¹⁾, MM. Bourquelot, Hérissé et Bridel ont montré que le pouvoir synthétisant de la levure de fermentation basse, desséchée à l'air, qui effectue la synthèse biochimique du méthylglucoside α , est détruit dans un alcool méthylique d'un degré supérieur à 40°; mais, corrélativement, ils ont observé que le pouvoir hydrolysant de cette levure sur le même méthylglucoside est également détruit dans le même alcool. Il semble donc bien que l'on puisse encore affirmer que, dans ces expériences, c'est le même ferment qui agit comme synthétisant et comme hydrolysant.

En réalité, il existe un état d'équilibre correspondant à une réaction déterminée, et cet état d'équilibre, variable pour les différents titres alcooliques, est fixe d'une expérience à l'autre, lorsque la composition du milieu reste la même.

Montrer maintenant que cet état d'équilibre est indépendant de la quantité d'émulsine mise en œuvre, c'est apporter une preuve de plus à la réversibilité.

D'expériences méthodiques que nous poursuivons, nous extrayons les résultats suivants qui ont été obtenus dans des essais effectués, d'une part, en faisant agir 0^g, 20 d'émulsine sur une solution de 1^g environ de glucose pour 100^{cm}³ d'alcool éthylique à divers titres, et, d'autre part, 0^g, 40 d'émulsine sur des échantillons identiques, toutes autres conditions étant les mêmes. Bien que, seule, l'expérience faite au point de vue de la synthèse ait été réalisée, il est évident, d'après les essais faits précédemment ⁽²⁾, que la réaction hydrolysante se serait arrêtée au même point; aussi, pouvons-nous valablement considérer que les déviations polarimétriques observées à l'arrêt de l'action synthétisante représentent l'état d'équilibre dans les différents milieux alcooliques étudiés.

Nos essais ont été faits à 30° : cette température, comme d'autres essais

(1) *Comptes rendus*, séance du 10 février 1913, p. 492.

(2) ÉM. BOURQUELOT et M. BRIDEL, *Comptes rendus*, 22 juillet 1912, p. 321.

spéciaux nous l'ont montré, permettant d'effectuer la synthèse plus rapidement.

Nous ne mentionnons ici que les chiffres exprimant les rotations observées à l'arrêt de la réaction ⁽¹⁾.

Beaucoup d'autres expériences, qui seront publiées ultérieurement en détail, nous ont conduits, d'ailleurs, à des résultats exactement superposables à ceux que nous exposons ici.

L'émulsine provoquant, dans les alcools faibles, une légère action lévogyre par suite de sa dissolution partielle, nous en avons tenu compte dans les résultats.

Les différences des rotations initiales s'expliquent par ce fait que le pouvoir rotatoire du glucose dans l'alcool s'élève légèrement avec le degré alcoolique, et que, en outre, on n'a pas cherché à peser le glucose avec une extrême précision; il était surtout important d'avoir le même point de départ, et c'est ce que nous avons obtenu en faisant, pour chaque degré alcoolique, une solution mère commune aux deux essais.

Titre alcoolique.	Dévi- ation initiale.	Dévi- ation finale. Émulsine 0g, 20.	Dévi- ation finale. Émulsine 0g, 40.	Durée de l'expérience ⁽²⁾ .
10°.....	+ 0.58'	+ 0.50'	+ 0.50'	4 jours
20°.....	+ 1. 2	+ 0.46	+ 0.44	4 »
30°.....	+ 1. 4	+ 0.36	+ 0.36	8 »
40°.....	+ 1. 6	+ 0.30	+ 0.30	8 »
50°.....	+ 1. 6	+ 0.20	+ 0.20	12 »
60°.....	+ 1. 8	+ 0.14	+ 0.14	12 »
70°.....	+ 1. 8	+ 0. 2	+ 0. 2	12 »
80°.....	+ 1.10	— 0.14	— 0.10	12 »
90°.....	+ 1.10	— 0.30	— 0.30	12 »
95°.....	+ 1.10	— 0.40	— 0.40	36 »

Ces résultats, que l'on peut considérer comme parfaitement identiques, montrent qu'une quantité double d'émulsine ne fait pas varier l'état d'équilibre dans un milieu donné, et que cet état d'équilibre ne dépend, comme on l'a déjà dit, que des proportions des composants du glucoside qui sont dans la liqueur : dans l'espèce, des proportions de l'alcool seulement.

Il est juste d'ajouter que, seule, la vitesse de la réaction est influencée

⁽¹⁾ Résultats fournis par trois lectures identiques faites à quatre jours d'intervalle.

⁽²⁾ Ces chiffres sont des chiffres maximum, puisque, dans ces essais, les lectures étaient faites tous les quatre jours.

par la quantité d'émulsine. On eût pu se rendre compte, si la place nous avait permis de publier le détail de nos Tableaux, que la réaction, dans les premiers jours, marche plus vite avec 0^g,40 d'émulsine, mais que bientôt elle se ralentit et se trouve rejointe par celle des échantillons ne contenant que 0^g,20 d'émulsine.

CIIIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la synthèse des sucres par les émanations radioactives.* Note de MM. J. STOKLASA, J. SEBOR et V. ZDOBNICKY, présentée par M. L. Maquenne.

Dans nos travaux précédents nous avons établi que sous l'action des rayons ultraviolets il se forme des sucres, aldoses et cétooses, lorsqu'on met l'acide carbonique en présence de l'hydrogène naissant (¹); la production des sucres a lieu, en particulier, pendant l'action des rayons ultraviolets sur le bicarbonate de potassium.

Étant donné qu'au point de vue physiologique les rayons ultraviolets ressemblent beaucoup aux émanations radioactives, il était du plus haut intérêt de rechercher si, toutes conditions égales d'ailleurs, on n'observerait pas aussi une production de sucres synthétiques en faisant agir l'émanation du radium sur l'acide carbonique en présence d'hydrogène.

Pour le savoir nous avons fait à la fabrique de radium de Joachimsthal, avec l'autorisation de S. E. le Ministre Dr Trnka, un essai qui a duré 148 heures.

L'acide carbonique était envoyé à travers deux flacons laveurs contenant ensemble 0^g,496 de chlorure de radium, en dissolution dans 1^l d'eau. Ces deux flacons saturés d'émanation par un tube en serpentin percé de petits trous furent enfermés dans un vase clos contenant de l'alliage de Dewar (²).

On fit alors couler goutte à goutte dans ce vase, par un tube débouchant à 1^{cm} du fond, une solution de potasse à 7 pour 100.

Après 12 heures on a enlevé le liquide contenu dans le vase et on l'a remplacé par de la potasse neuve; il en est résulté un vif dégagement d'hydrogène et en même temps la plus grande partie de la formaldéhyde produite fut absorbée.

À côté du vase où se produisait la réaction, on disposa un flacon préalablement rempli de solution de Feder (solution alcaline de bichlorure de mercure sulfité), dans laquelle la formaldéhyde dégagée déterminait une

(¹) STOKLASA et ZDOBNICKY, *Comptes rendus de l'Académie impériale des Sciences de Vienne*, t. CXIX, 1910. — STOKLASA, SEBOR et ZDOBNICKY, *Bioch. Zeitschrift*, t. XL1, 1912.

(²) Aluminium, cuivre et zinc.

séparation de mercure. Après la réaction on sépara les liquides et l'alliage de Deward fut chauffé avec de l'eau; la liqueur, légèrement acidulée par l'acide phosphorique et traitée par l'alcool pour séparer les sels alcalins, devint brune pendant l'évaporation par suite d'une formation assez importante de caramel.

Dans la solution primitive on ne put caractériser la présence de l'acide formique par NO^3Ag , mais le liquide réduisait fortement le réactif d'Allihn : avec 10^{cm^3} de solution on sépara 67^{mg} de cuivre, ce qui correspondrait à 34^{mg} , 3 de glucose, soit $0^{\text{g}},686$ de matière réductrice, calculée en glucose, pour la totalité du liquide.

En chauffant la solution avec de l'acétate de soude et du chlorhydrate de phénylhydrazine, on obtint un mélange d'osazones qui, recristallisées dans l'alcool à 60° et dans l'acétone, se sont séparées en deux parties, dont la moins soluble fondait à 198° - 199° et l'autre à 178° .

Dans la seconde portion du liquide on obtint une matière cristallisée jaune orange fusible vers 200° qui, d'après l'examen microscopique, était formée d'aiguilles groupées en pinceaux et de fragments brisés de façon irrégulière : la matière n'était pas de composition homogène.

Le premier de ces produits fut analysé par la méthode de Dumas : on y trouva 15,67 pour 100 d'azote, la théorie pour une hexosazone étant 15,64.

En vue de rechercher les pentoses, 25^{cm^3} de solution ont été distillés avec de l'acide chlorhydrique à 12 pour 100. L'odeur du distillat rappelait celle du furfurol et la phloroglucine y produisit, d'abord une coloration brun rouge, puis un précipité qui, après 12 heures, a été filtré dans un creuset de Gooch : il pesait 77^{mg} , ce qui établit nettement la présence d'un pentose.

Pour rechercher les cétozes on traita encore 25^{cm^3} de solution par la méthylphénylhydrazine : après 10 minutes de chauffe au bain-marie la liqueur se troubla fortement; mais il a été impossible de séparer de la matière précipitée et redissoute dans l'alcool aucun produit cristallisé.

L'examen polarimétrique de la solution sucrée dans un tube de 20^{cm} de longueur, avec l'appareil Soleil-Ventzke, a donné une rotation de $+0^\circ,35$, ce qui correspond à un pouvoir rotatoire de $[\alpha]_D = 17^\circ,58$, calculé d'après la quantité de substance réductrice (1).

(1) Il est regrettable que les auteurs n'insistent pas davantage sur cette particularité, car la production d'une substance active, dans les circonstances indiquées plus haut, paraît *a priori* plutôt anormale. L. M.

Avec l'alcool, l'acide sulfurique et une solution de naphtol, il s'est produit une coloration violette; enfin, déduction faite des cendres, on trouva que pour 100 parties de matière organique formée il y avait :

Matière réductrice	51,65
Matière non réductrice.....	48,95

Ainsi il est établi que sous l'influence de l'émanation du radium l'hydrogène et l'acide carbonique, en présence du bicarbonate de potassium, réagissent pour former de l'aldéhyde formique qui, au contact de la potasse, se polymérise et donne des sucres réducteurs.

Nous rappellerons qu'on n'a pas réussi à caractériser dans cette réaction la production de formiates.

M. **ÉMILE STAÏCO** adresse un *Essai théorique sur la mécanique de la magnétochimie*.

(Renvoi à l'examen de M. Amagat.)

Divers auteurs adressent des Notes relatives à la *Baguette divinatoire*.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les concours de l'année 1913.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

Prix Saintour (Sciences mathématiques). — MM. Jordan, Darboux, Boussinesq, Lippmann, Émile Picard, Léauté, Appell.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Humbert, Hadamard.

Prix Henri de Parville (Ouvrage de Science). — MM. Guyon, Appell, Darboux, Ph. van Tieghem, Émile Picard, Gautier, Alfred Picard.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Violle, Perrier, Carnot.

Prix Fanny Emden. — MM. Bouchard, Guyon, Perrier, D'Arsonval, Émile Roux, Laveran, Dastre.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Delage, Lucas-Championnière.

Prix Petit d'Ormoy (Sciences mathématiques pures ou appliquées). — MM. Jordan, Darboux, Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Humbert.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Grandidier, Léauté.

Prix Petit d'Ormoy (Sciences naturelles). — MM. Ph. van Tieghem, Guignard, Émile Roux, Bouvier, Dastre, Douvillé, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Perrier, Delage.

Prix Pierson-Perrin. — MM. Boussinesq, Lippmann, Violle, Amagat, Vieille, Villard, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Léauté, Branly.

Prix Parkin. — MM. Bouchard, Guyon, Émile Roux, Guignard, Lacroix, Dastre, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Laveran, Douvillé.

Prix Estrade-Delcros. — MM. Darboux, Lippmann, Armand Gautier, Émile Picard, Guignard, Haller, Deslandres.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Lacroix, Baillaud.

Prix Danton. — MM. Lippmann, Violle, Amagat, Bouty, Villard, Branly, Moureu.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. d'Arsonval, Vieille.

L'Académie procède également, par la voix du scrutin, à la nomination de la Commission chargée de présenter une *question de prix Bordin* (Sciences physiques), pour l'année 1916.

Ont été nommés membres de cette Commission : MM. Ph. van Tieghem, Schlœsing père, Bouchard, Gautier, Perrier, Guignard, Lacroix.

Ont obtenu ensuite le plus de voix : MM. Bouvier, Dastre.

A 4 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures et demie.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 17 FÉVRIER 1913.

Rotation de l'ellipsoïde hétérogène et figure exacte de la Terre, par ALEX. VÉRONNET. Paris, Gauthier-Villars, 1912; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. C. Jordan.)

La théorie du rayonnement et les quanta. Rapports et discussions de la Réunion tenue à Bruxelles, du 30 octobre au 3 novembre 1911, sous les auspices de M. E. SOLVAY, publiés par MM. P. LANGEVIN et M. DE BROGLIE. Paris, Gauthier-Villars, 1912; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Lippmann.)

Les Zoocécidies du nord de l'Afrique, par C. HOUARD. (Extr. des *Annales de la Société d'Entomologie de France*; t. LXXXI, année 1912.) Paris, 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Bouvier.)

Les Cynipides et leurs galles, d'après le cahier de notes du Dr JULES GIRAUD, par C. HOUARD. (Extr. des *Nouvelles Archives du Muséum*, 5^e série, t. III, 1911.) Paris, Masson et Cie; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Bouvier.)

Mission Gruvel sur la Côte occidentale d'Afrique (1909-1910). — *Les Crustacés comestibles de la Côte occidentale d'Afrique*, par A. GRUVEL. (Extr. des *Annales de l'Institut océanographique*; t. V, fasc. 1). Paris, Masson et Cie, 1912; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Bouvier.)

Mollusques marins, par PH. DAUTZENBERGER; *terrestres*, par L. GERMAIN; *comestibles ou industriels*, par A. GRUVEL. [*Annales de l'Institut océanographique*; t. V, fasc. 3 : *Mission Gruvel sur la Côte occidentale d'Afrique* (1909-1910).] Paris, Masson et Cie, 1912; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Bouvier.)

Annales du Musée colonial de Marseille, publiées sous la direction de M. ÉDOUARD HECKEL; 20^e année, 2^e série, 10^e volume, 1912. Marseille, Musée colonial, 1912; 1 vol. in-8°. (Hommage de M. Heckel.)

Notice sur les travaux scientifiques de M. ANDRÉ BLONDEL. Paris, Gauthier-Villars, 1911; 1 fasc. in-4°.

Exposé sur les travaux scientifiques du Dr LANDOUZY; octobre 1910. Paris, Masson et Cie, 1910; 1 vol. in-4°.

Notice sur les travaux scientifiques de M. ÉDOUARD-ALFRED MARTEL. Paris, Masson et Cie, 1911; 1 fasc. in-4°.

Memoirs of the Department of Agriculture in India : Entomological series; t. IV, n° 4; *Lief-histories of Indian Insects. Hymenoptera*, by GOBIND RAM DUTT. Calcutta, octobre 1912; 1 fasc. in-8°.